Diapositiva 1

Diapositiva 2

ÍNDICE

1. CONDUCCIÓN. LEY DE FOURIER

2. ECUACIÓN GENERAL DE CONDUCCIÓN DEL CALOR

3. PROPIEDADES TÉRMICAS DE LA MATERIA

- **3.1. CONDUCTIVIDAD DE DISTINTAS SUSTANCIAS. VALORES CARACTERÍSTICOS DIFERENTES MATERIALES**
- **3.2. CALOR ESPECÍFICO. VALORES CARACTERÍSTICOS DIFERENTES MATERIALES**
- **3.3. DIFUSIVIDAD TÉRMICA. EFECTO SOBRE LA EVOLUCIÓN DELA TEMPERATURA EN PROCESOS TRANSITORIOS.**

4. SIMPLIFICACIONES DE LA ECUACIÓN GENERAL

5. ECUACIÓN GENERAL EN DIFERENTES SISTEMAS DE COORDENADAS.

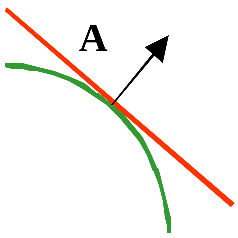
Diapositiva 3

1.CONDUCCIÓN. LEY DE FOURIER

•Fenomenológica. Basada en la observación empírica.

•Flujo de calor ***q*** proporcional al gradiente de temperaturas a través de la conductividad térmica (***k***)

•El signo negativo indica que el calor se transmite en sentido contrario al gradiente de temperaturas.



$$\boxed{\vec{q} = -k \cdot \nabla T}$$

$$\boxed{q = -k \cdot \frac{\partial T}{\partial n}}$$

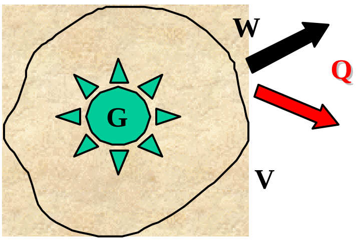
• El calor que atraviesa la superficie A: $Q = \int_A q \cdot dA = -\int_A k \cdot \frac{\partial T}{\partial n} \cdot dA$

•El *valor medio del flujo* de calor ***q_m***: $q_m = \frac{Q}{\int dA}$

Diapositiva 4

2. ECUACIÓN GENERAL DE LA CONDUCCIÓN DEL CALOR

• Primer Principio de la Termodinámica: Conservación de la Energía



$$Q = -Q_{termodinámico}$$

$$\boxed{\frac{dU}{dt} = -Q - W + G}$$

Sólidos o fluidos en reposo, W=0

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d(m \cdot u)}{dt} = m\frac{du}{dt} = m \cdot C\,\frac{dT}{dt}$$ *siendo C el calor específico*

$$m \cdot C\frac{\partial T}{\partial t} = G - Q \quad \Rightarrow \quad definimos \quad g = \frac{G}{V}\left[W/m^3\right]$$

$$Q = -\int_{sc} q \cdot dA$$

$$\int_{VC} \tilde{n}C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dV = \int_{VC} g dV - \int_{SC} \left(-k\nabla T\right) dA$$

Diapositiva 5

$$\int_{VC} \text{ñ} C \cdot \frac{dT}{dt} \cdot dV = \int_{VC} g \cdot dV - \int_{SC} (-k\nabla T)\, dA$$

Según el teorema de la divergencia de Gauss:

$$\int_{SC} (k\nabla T) \cdot dA = \int_{VC} \nabla (k\nabla T)\, dV$$

•*Ecuación general de la conducción del calor:*

$$\boxed{r \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} = g + \text{Ñ}(k\text{Ñ}T)}$$

En régimen unidimensional

$$r \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = g + \frac{\P}{\P x}\left(k \cdot \frac{\P T}{\P x}\right)$$

Diapositiva 6

3. PROPIEDADES TÉRMICAS DE LA MATERIA

3.1. CONDUCTIVIDAD TÉRMICA "k".

$$\boxed{\vec{q} = -k \cdot \nabla T} \qquad \mathbf{\textit{k: W/ m K}}$$

Es un tensor simétrico: puede tener valores diferentes en función de la dirección espacial, pero el mismo en ambos sentidos (simétrico)

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{12} & k_{22} & k_{23} \\ k_{13} & k_{23} & k_{33} \end{bmatrix} \qquad q_x = -k_{11}\frac{\partial T}{\partial x} - k_{12}\frac{\partial T}{\partial y} - k_{13}\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} k_{x''} & 0 & 0 \\ 0 & k_{y''} & 0 \\ 0 & 0 & k_{z''} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} q_{x''} = -k_{x''}\dfrac{\partial T}{\partial x''} \\ q_{y''} = -k_{y''}\dfrac{\partial T}{\partial y''} \\ q_{z''} = -k_{z''}\dfrac{\partial T}{\partial z''} \end{cases}$$

Diapositiva 7

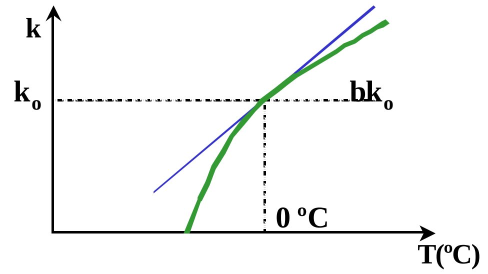
• *Normalmente para materiales homogéneos* $\Rightarrow$ *k isótropa* $\Rightarrow$ *la conductividad será la misma independientemente de la dirección espacial:* ***k=k(T)***

$$\boxed{\rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = g + \frac{dk}{dT} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + k \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}}$$

•*Normalmente supondremos que k es independiente de T y tomaremos k (T promedio del problema):*

$$\boxed{\rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = g + k \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}} \longrightarrow \left(\rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = g + k \cdot \Delta T\right)$$

• *Si la conductividad presenta una acusada variación con T^a, se aplican leyes lineales:* ***$k=k_0\,(1+bT(^{o}C))$*** *(k_0 conductividad a 0ºC)*



Diapositiva 8

CONDUCTIVIDAD TÉRMICA (k) DE DIFERENTES SUSTANCIAS:

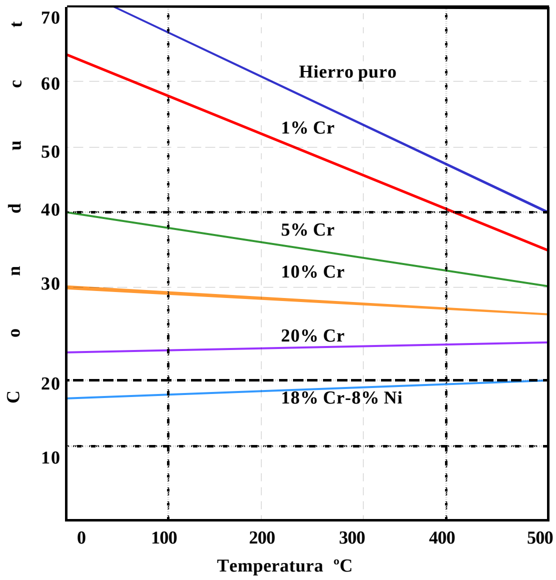
SUSTANCIAS	CONDUCTIVIDAD TÉRMICA (W/m K)
Gases:	
Amoniaco (0ºC, 1 atm)	0.022
Aire (0ºC, 1atm)	0.024
Líquidos:	
Aceite de motor (0ºC)	0.147
Etilen Glicol (0ºC)	0.242
Agua (líq. sat., 0ºC)	0.55
Sólidos:	
Vidrio (20ºC)	0.75
Hielo (0ºC)	2.25
Ladrillo (200ºC)	4.0
Cuarzo (20ºC)	7.5
Acero inoxidable (18% Cr, 8%Ni)	16
Hierro puro (0ºC)	75
Zinc puro (0ºC)	110
Aluminio puro (0ºC)	200
Cobre puro (0ºC)	390
Plata pura (0ºC)	420

Diapositiva 9

SÓLIDOS HOMOGÉNEOS **k=k (T)**

Comportamiento:

- **Metales puros□T□□k□**
- **Aleaciones**□*efecto pronunciado de las impurezas*



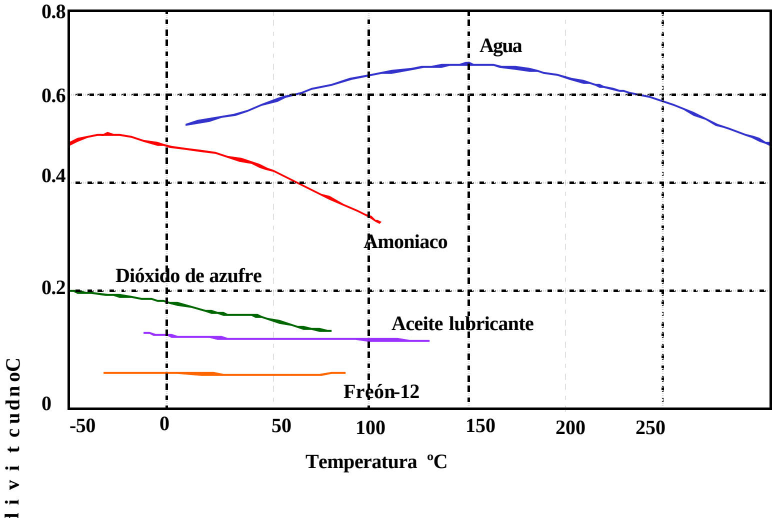
Diapositiva 10

LÍQUIDOS **k=k(T) T□□k□**

Agua comportamiento atípico:

- **T□□k□**
- **k** más alta de los líquidos no metálicos

Líquidos cerca punto crítico □**k=k(p,T)**



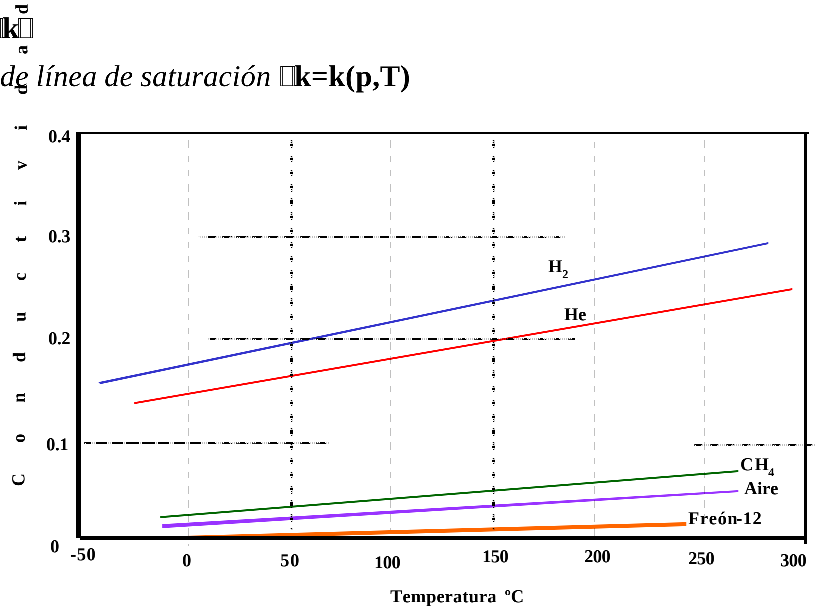
Diapositiva 11

GASES **k=k(T)**

Comportamiento:

- **Peso molecular□□k□**
- **T□□k□**

Cerca de línea de saturación □**k=k(p,T)**



Diapositiva 12

3.2. CALOR ESPECÍFICO

•Aplicando la ecuación de conservación de la energía para sistemas rígidos, sin generación de calor:

$$\boxed{C = \frac{1}{m} \cdot \frac{dU}{dT} \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]}$$

Calor específico: *aumento de la energía interna por unidad de masa, que se produce en un sistema al aumentar su temperatura*

$$\frac{Calor\ absorbido}{Variación\ de\ T^a}$$

Caloría: *energía necesaria para elevar un grado centígrado la temperatura de un gramo de agua:* ***1 caloría = 4.18 J***

Diapositiva 13

COMPORTAMIENTO DEL CALOR ESPECÍFICO

•***Sólidos y líquidos*****: C=C(T)□cte□pequeña variación con T.**

•***Gases*****: C=C(T)** *a presión atmosférica*

C=C(p,T) *a presiones cercanas a saturación.*

$$\boxed{dU = V \cdot r \cdot C \cdot dT}$$

•*El producto* ×·*C caracteriza la* ***inercia térmica*** *capacidad de almacenamiento de energía.*

Diapositiva 14

Tema2:Conducción.Fundamentos

CALORES ESPECÍFICOS DE DIVERSAS SUSTANCIAS:

SUSTANCIA	CALOR ESPECÍFICO C (J/kg K)	INERCIA TÉRMICA
Gases:		
Hidrógeno	14000	
Dióxido de carbono	850	
Aire	1000	
Líquidos:		
Aceite	1800	
Etilen Glicol	2300	
Freón (R-12)	900	
Sólidos:		
Cuarzo	780	
	1100	
Hielo	2000	
Lana de vidrio	770	
Madera seca (pino)	2740	
Mármol	900	
Vidrio	950	
Yeso	820	

JM Corberán, R Royo (UPV)

14

Diapositiva 15

3.3. DIFUSIVIDAD “ ✔ ”. EFECTO SOBRE LA EVOLUCIÓN DE TEMPERATURAS EN PROCESOS TRANSITORIOS

$$\boxed{\alpha = \frac{k}{\rho \cdot C}}$$

Caracteriza la rapidez con la que varía la temperatura ante una solicitación térmica:

$$\rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = g + k \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad si\ g=0$$

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho \cdot C} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}}$$

- ✔ □: *conduce muy rápido*
- ✔ □: *conducción lenta*

Diapositiva 16

EFECTO DE LA DIFUSIVIDAD TÉRMICA SOBRE LA VARIACIÓN DE LA TEMPERATURA DE UN CUERPO:

En una placa semiinfinita inicialmente a T_i ºC, la temperatura de la superficie exterior se modifica de forma instantánea a 0 ºC:

$$T_i \longrightarrow 0^o \quad T(t)$$

Material	Plata	Cobre	Acero	Vidrio	Corcho
a (10^6 * m^2/s)	170	100	13	0.6	0.1
Tiempo	9.5 min	16.5 min	2.2 h	2 días	77días

(En esta tabla se ha calculado el tiempo que se tarda en alcanzar una temperatura de T_i/2 a partir de una temperatura T_i, a 30 cm. de la superficie exterior que se somete a T=0ºC).

Diapositiva 17

DIFUSIVIDAD TÉRMICA DE MATERIALES BÁSICOS (METALES):

MATERIALES	$a \times 10^{-6}$ (m^2/s)
Aluminio	85.9
Cobre	114.1
Oro	120.8
Hierro, puro	1801
Plomo	25.5
Mercurio	4.44
Níquel	15.5
Plata	170.4
Acero, dulce	12.4
Tungsteno	61.7
Zinc	41.3

Diapositiva 18

DIFUSIVIDAD TÉRMICA DE MATERIALES BÁSICOS NO METALES:

MATERIALES	$a \times 10^{-6}$ (m^2/s)
Corcho	0.155
Ladrillo, refractario	0.516
Vidrio, pirex	0.594
Granito	1.291

DIFUSIVIDAD TÉRMICA DE OTROS NO METALES:

MATERIALES	$a \times 10^{6}$ (m^2/s)
Hielo	1.002
Madera	0.131
Arena	0.222
Piedra	1.369

Diapositiva 19

4. SIMPLIFICACIONES DE LA ECUACIÓN GENERAL.

$$\boxed{r \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = g + \nabla(k \cdot \nabla T)}$$

•*Caso habitual: k=cte*

$$\boxed{r \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = g + k \cdot \Delta T}$$

•*Régimen permanente*: $\left(\frac{\partial T}{\partial t} = 0\right)$

$$\boxed{k \cdot \Delta T + g = 0}$$ **(Ecuación de Poisson)**

•*Si no hay generación de calor (g=0):*

$$\boxed{\Delta T = 0}$$ **(Ecuación de Laplace)**

Diapositiva 20

5. ECUACIÓN GENERAL EN DIFERENTES SISTEMAS DE COORDENADAS

$$\boxed{\rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = k \cdot \Delta T + g}$$

Expresión desarrollada en diferentes sistemas de cooordenadas

•*Cartesianas:*

$$\rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = k \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 T}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 T}{\partial^2 z} \right) + g$$

•*Cilíndricas:*

$$\rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = k \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + g$$

• *Esféricas:*

$$\rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = k \cdot \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\operatorname{sen} \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \operatorname{sen}^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} \right] + g$$