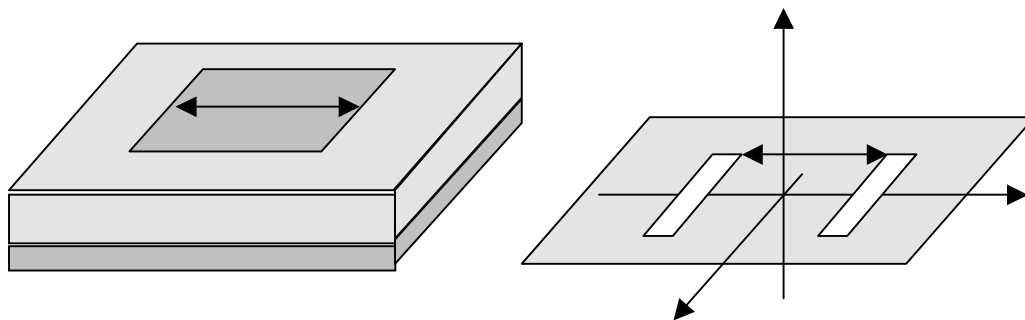


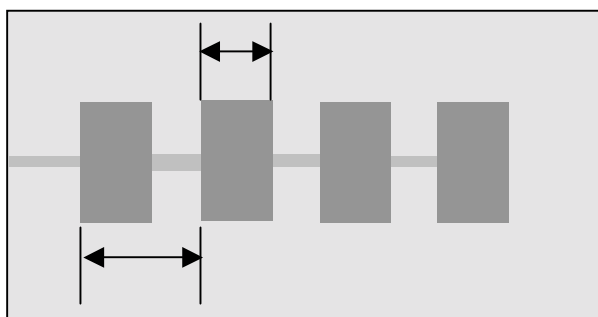
PROBLEMA 1

Las antenas impresas (microstrip antennas) consisten en un parche metálico dispuesto sobre un sustrato dieléctrico, encima de un plano metálico.



Desde el punto de vista de radiación se pueden modelar como dos ranuras iguales con distribución de campos uniformes $\vec{E} = E_0 \hat{x}$. Las ranuras, situadas sobre un plano de masa tienen dimensiones a, b ($a < \lambda$) y están separadas una distancia d .

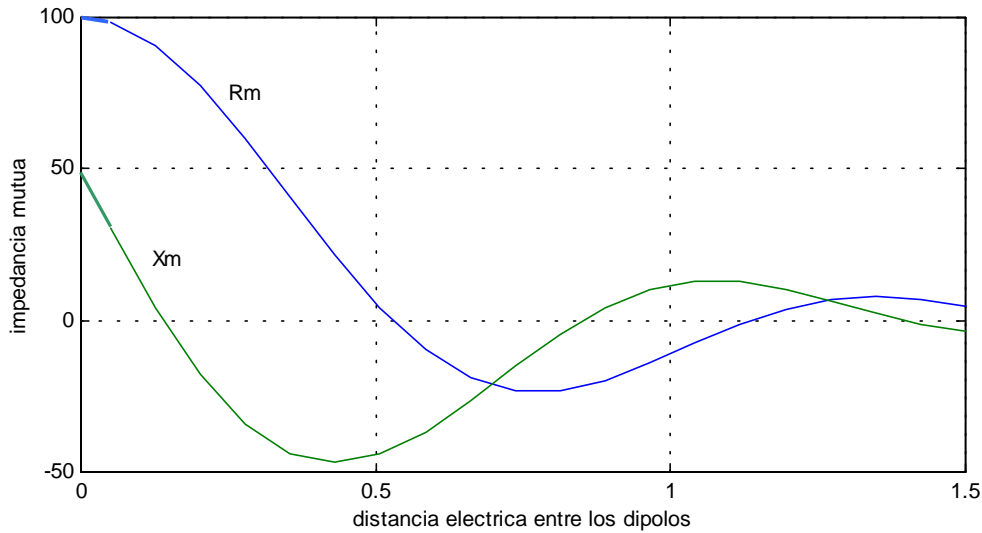
- Obtener una expresión para el campo eléctrico radiado, en función de las dimensiones a, b, d y de los ángulos θ y ϕ , para la agrupación de las dos ranuras uniformes.
- Dibujar el diagrama de radiación en el plano E, para el caso particular de $a=0.01\lambda$, $b=0.7\lambda$, $d=0.7\lambda$
- Dibujar el diagrama de radiación en el plano H, para las mismas dimensiones.
- Se construye una agrupación de 4 parches con espaciado $e=\lambda$ (cada parche equivale a dos ranuras separadas $d=0.7\lambda$), las amplitudes relativas de cada pareja de ranuras son 1:2:2:1 (en fase). Determinar el polinomio de array equivalente y sus ceros.
- Representar gráficamente el diagrama de radiación en los planos E y H incluyendo el diagrama del array y del parche.



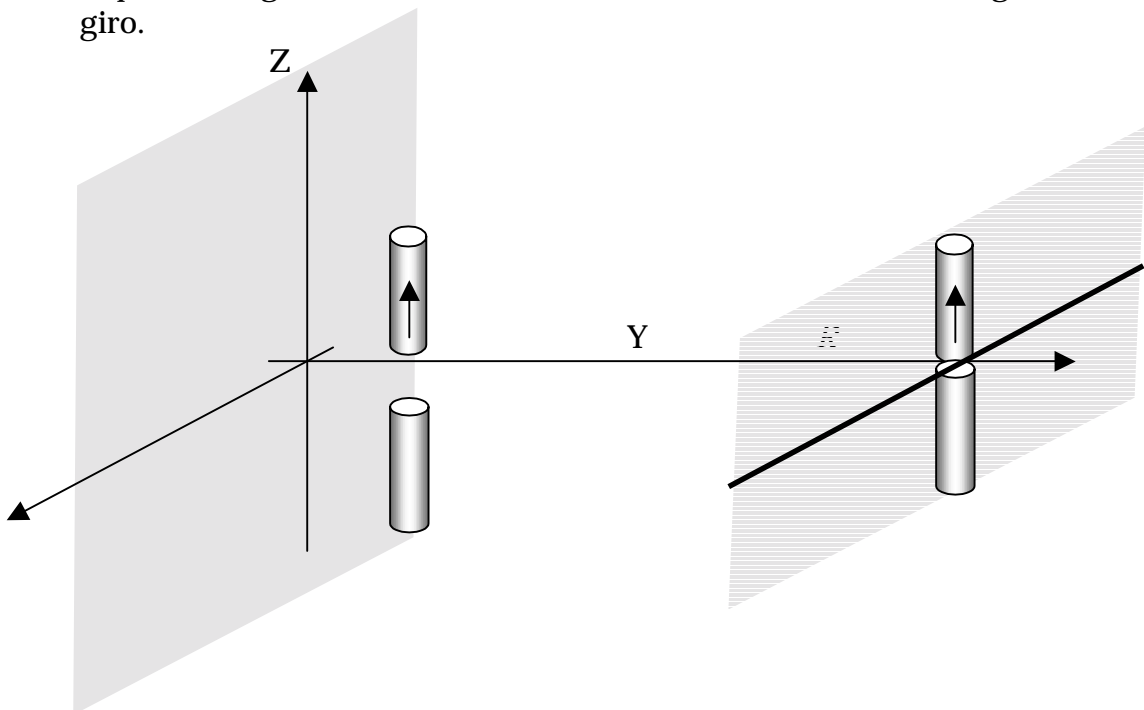
PROBLEMA 2

Un dipolo de semibrazo $H=5\lambda/8$ se sitúa paralelo a un plano conductor perfecto a una distancia $d=\lambda/4$ del mismo. Dicho dipolo se utiliza como transmisor.

- a) Obtener el valor de la impedancia de entrada del dipolo, teniendo en cuenta el efecto del plano de masa. La gráfica es la impedancia mutua de dos dipolos paralelos de semibrazo $H=5\lambda/8$.



- b) Representar gráficamente el diagrama de radiación en el plano E, indicando la posición de los ceros del diagrama.
- c) Como antena receptora, situada en $y=R$, se utiliza otro dipolo de las mismas dimensiones. Se desplaza, manteniendo la orientación a lo largo de la línea $y=R, z=0$. Obtener una expresión para la tensión inducida en circuito abierto en función del punto de posición.
- d) Representar gráficamente el módulo y fase de la tensión recibida.
- e) El dipolo se hace girar sobre el eje y en el plano $y=R$, paralelo al XZ. Representar gráficamente la tensión inducida en función del ángulo de giro.



SOLUCIÓN AL PROBLEMA 1

Apartado a

Las corrientes magnéticas equivalentes en una ranura son

$$\mathbf{M}_s = -2\mathbf{n} \times \mathbf{E} = -2E_0 \mathbf{y} \times \mathbf{x} = 2E_0 \mathbf{z}$$

El vector de radiación magnético es, teniendo en cuenta que la distribución es uniforme y que $a \ll \lambda$

$$\mathbf{L} = \iiint_{V'} \mathbf{M} e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{r}}'} ds' = \iint_{S'} \mathbf{M}_s e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{r}}'} ds'$$
$$\mathbf{L}_r = \iint_{S'} 2E_0 e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{r}}'} ds' \mathbf{z} = 2E_0 ab \frac{\sin\left(\frac{k_z b}{2}\right)}{\frac{k_z b}{2}} \mathbf{z}$$

Para el parche, que consiste en una agrupación de dos ranuras espaciadas una distancia d

$$\mathbf{L}_p = \mathbf{L}_r \left(e^{jk_x \frac{d}{2}} + e^{-jk_x \frac{d}{2}} \right) = 2\mathbf{L}_r \cos\left(k_x \frac{d}{2}\right)$$

Los campos radiados son

$$H_\theta = -j\omega F_\theta = j\omega \frac{\epsilon e^{-jkr}}{4\pi r} L_z \sin\theta$$
$$H_\theta = j\omega \frac{\epsilon e^{-jkr}}{4\pi r} 4E_0 ab \frac{\sin\left(\frac{kb \cos\theta}{2}\right)}{\frac{kb \cos\theta}{2}} \cos\left(k \frac{d}{2} \sin\theta \cos\phi\right) \sin\theta$$
$$E_\phi = -\eta H_\theta$$

Apartado b

El plano E es el definido por la dirección de máxima radiación (eje y) y el campo eléctrico en dicha dirección (eje x).

El plano E es el xy, $\theta = \pi/2$

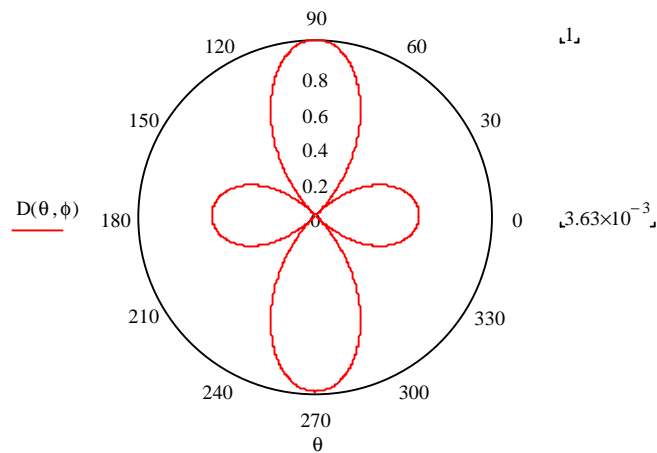
$$E_\phi = -\eta j\omega \frac{\epsilon e^{-jkr}}{4\pi r} 4E_0 ab \cos\left(k \frac{d}{2} \cos\phi\right)$$

Como se puede observar el diagrama de radiación corresponde a la agrupación uniforme de dos antenas espaciadas 0.7λ .
 Los ceros del diagrama corresponden a los valores a las direcciones del espacio que cumplen la condición

$$\cos\left(k \frac{d}{2} \cos \phi\right) = 0$$

$$0.7 \cos \phi = \pm \frac{1}{2}$$

Corresponden a $\phi=44.4^\circ, 135.6^\circ$ y sus simétricos.



Apartado c

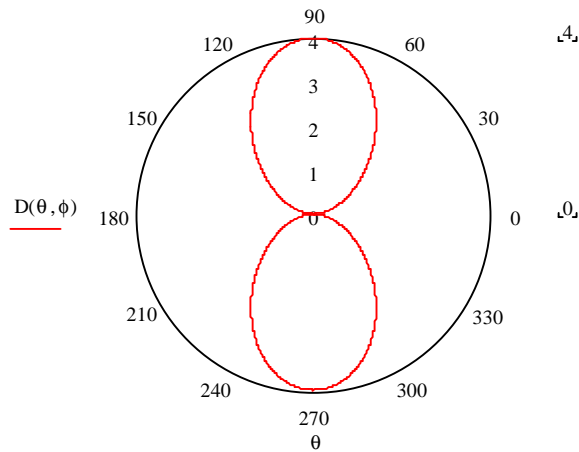
El plano H es el definido por la dirección de máxima radiación (eje y) y el campo magnético en dicha dirección (eje z).

El plano H es el YZ, $\phi=\pi/2$

Sustituyendo en la expresión general del campo

$$E_\phi = -\eta j\omega \frac{\epsilon e^{-jkr}}{4\pi r} 4E_0 ab \frac{\sin\left(\frac{kb \cos \theta}{2}\right)}{\frac{kb \cos \theta}{2}} \sin \theta$$

Como se puede observar, el diagrama corresponde al producto de una función seno, por la transformada de fourier de una función uniforme.



Apartado d

El polinomio de la agrupación es

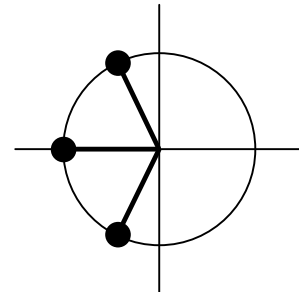
$$p(z) = 1 + 2z + 2z^2 + z^3$$

Se puede descomponer en el producto de dos polinomios

$$p(z) = 1 + 2z + 2z^2 + z^3 = (1+z)(1+z+z^2)$$

Los ceros son los correspondientes a los dos polinomios uniformes, todos los ceros están sobre el círculo unidad, en los ángulos

$$\psi = 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$$

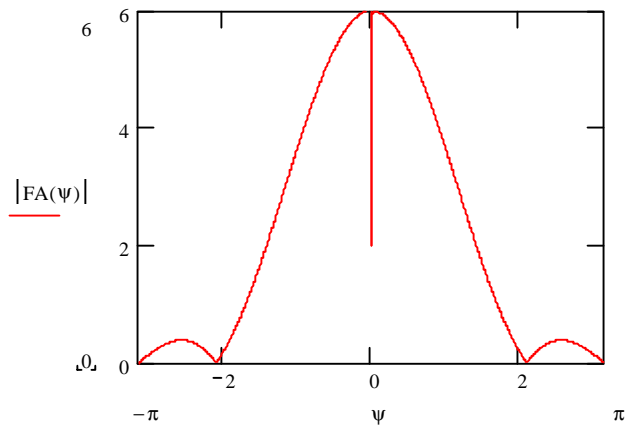


Apartado e

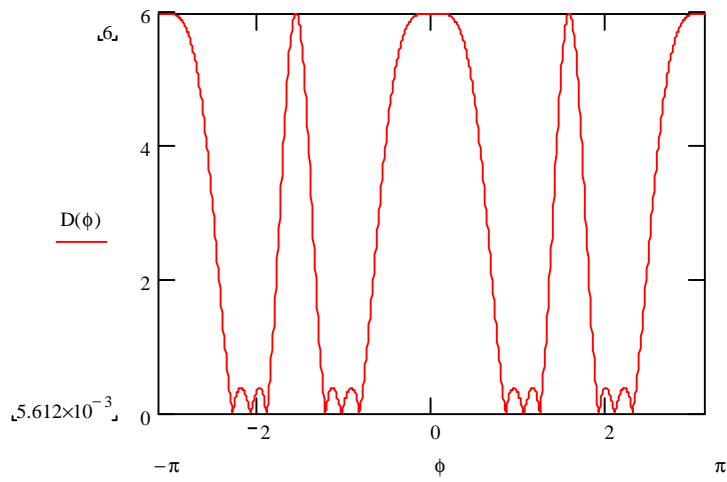
El factor de la agrupación tiene simetría de revolución en el plano YZ, por lo tanto no afecta al diagrama en el plano H del parche.

El diagrama en el plano E se deberá multiplicar por el factor de la nueva agrupación

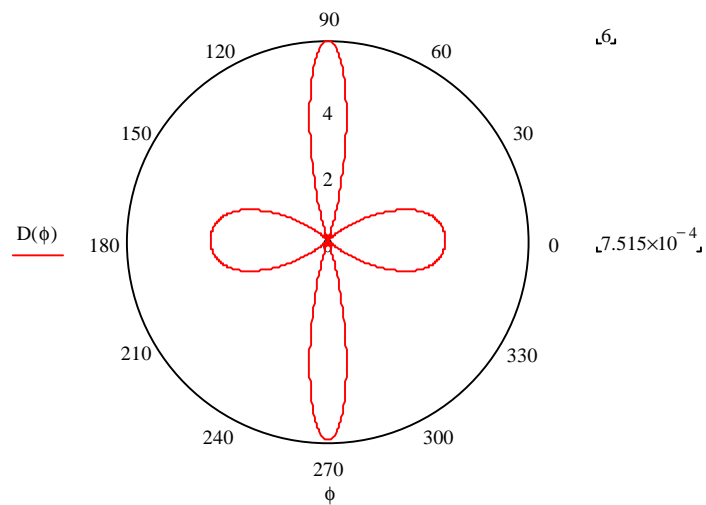
$$FA(k_x) = \left(\cos\left(\frac{k_x e}{2}\right) \right) \left(\frac{\sin\left(\frac{3k_x e}{2}\right)}{\sin\left(\frac{k_x e}{2}\right)} \right)$$



El diagrama de radiación correspondiente para espaciado e , es



Finalmente, el diagrama del conjunto de 4 parches es



PROBLEMA 2

Apartado a

La impedancia de entrada se obtiene sustituyendo el conjunto dipolo-plano por un problema equivalente formado por el dipolo y su imagen. En este caso la corriente del dipolo imagen es $I_2 = -I_1$ por lo que la impedancia resultante es

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = Z_{11} - Z_{12}$$

El valor de Z_{12} se obtiene de la gráfica de la impedancia mutua entre dipolos paralelos. En este caso la distancia es $d = \lambda/2$. El valor de Z_{11} se obtiene también de la gráfica ya que $Z_{12} \rightarrow Z_{11}$ cuando $d \rightarrow 0$

$$Z_{12} = 10 - j40 \Omega$$

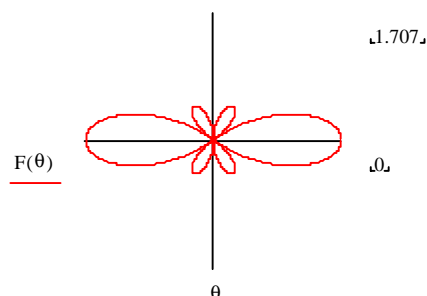
$$Z_{11} = 100 + j50 \Omega$$

$$Z_{in} = 90 + j90 \Omega$$

Apartado b

En este caso el plano E es el YZ.

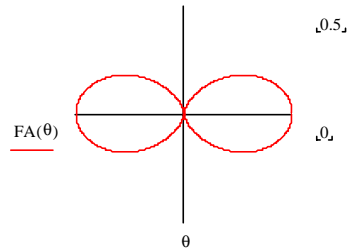
En ese plano el diagrama del dipolo aislado es

$$d(\theta) = \frac{\cos(kH \cos(\theta)) - \cos(kH)}{\sin(\theta)}$$


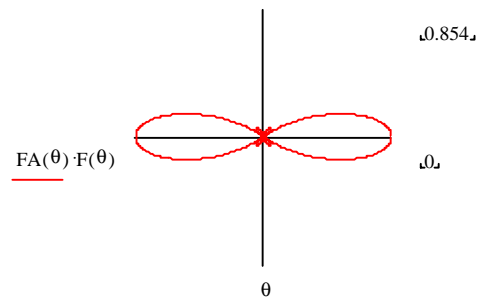
Estando los nulos en $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 53^\circ$

El factor de array es de la forma

$$FA(\psi_y) = \left| e^{j\frac{\psi}{2}} - e^{-j\frac{\psi}{2}} \right|, \text{ siendo } \psi_y = k_y d = kd \sin(\theta) \sin(\phi)$$



particularizando en el plano E,
Finalmente el diagrama total se obtiene como producto de ambos



si bien el diagrama sólo existe para $y \geq 0$

Apartado c

cuando el dipolo receptor se desplaza a lo largo de la recta $y=R, z=0$, el módulo campo recibido decrece a medida que nos alejamos del punto $(0,R,0)$ debido a dos factores:

1. Aumenta la distancia entre antena transmisora y receptora
2. El diagrama de radiación de la antena transmisora (efecto del factor de array)

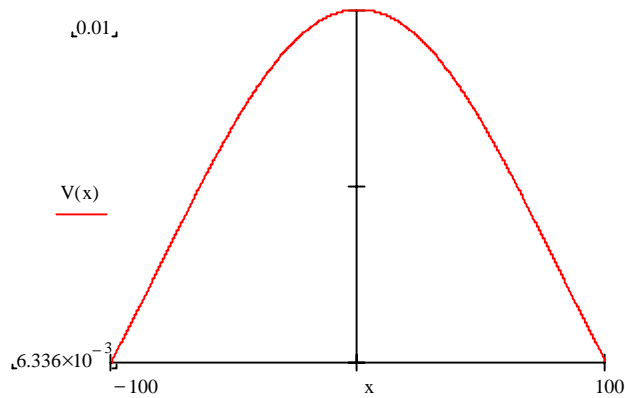
El dipolo receptor se desplaza en el plano H de la antena transmisora y no hay desacople de polarización ya que ambas antenas permanecen paralelas. Así pues

$$|V_{ca}(x)| \propto \left| \frac{FA[\phi(x)]}{r(x)} \right|$$

siendo $\cos \phi = \frac{x}{r}$ y $r = \sqrt{x^2 + R^2}$

Apartado d

Empleando las expresiones anteriores, la variación con x del módulo de la tensión es de la forma



La variación que experimenta la fase a medida que nos desplazamos por la recta, es análoga a la que se observa en la boca de una bocina. Se trata de una variación que se aproxima por una parábola

$$r = \sqrt{R^2 + x^2} \cong R \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{R} \right)^2 \right)$$

La variación de fase es por tanto

$$\Delta\phi = -k(R - r) = k \frac{x^2}{2R}$$

Apartado e

cuando hacemos girar el dipolo sobre sí mismo, dentro del plano $y=R$, las antenas se ven siempre por sus máximos sin embargo esta vez se produce una variación en la tensión recibida debido al desacople de polarización producido

$$C_p = |\hat{\rho}_t \cdot \hat{\rho}_r^*|^2 = \left| \hat{z} \cdot (\cos \theta \hat{z} + \sin \theta \hat{x}) \right|^2 = \cos^2 \theta$$

$$V_{ca} \propto \cos \theta$$