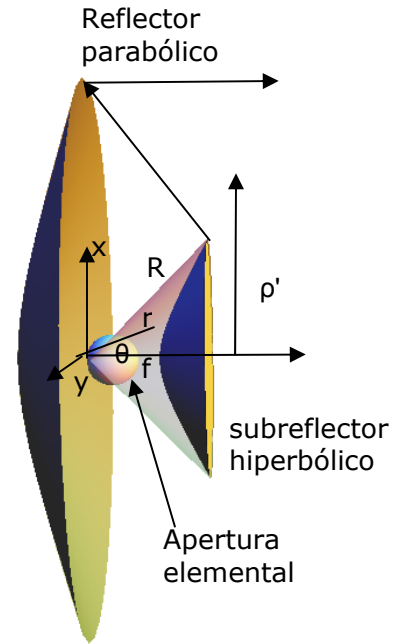


PROBLEMA 2.- Una antena Cassegrain consta de un subreflector hiperbólico alimentado en su foco por una apertura elemental. Los rayos reflejados por esta estructura inciden en un reflector parabólico de 1 m de radio. La distancia focal del reflector hiperbólico es de 15 cm, y la distancia al borde R es de 30 cm. La ecuación del subreflector hiperbólico es

$$r = \frac{f}{2 \cos \theta - 1}$$

- Calcule la atenuación de la amplitud de los campos en dB, en el borde superior del subreflector, con respecto al centro, debida al diagrama de radiación de la apertura elemental situada en el foco (1 punto).
- Calcule la atenuación de la amplitud de los campos en dB, en el borde superior del subreflector hiperbólico respecto al centro, debida a la diferencia de caminos recorridos por las ondas esféricas. (1 punto).
- Los campos en la apertura equivalente de la antena sin bloqueo de radio máximo a , se pueden aproximar por una función parabólica sobre pedestal. Calcule, en función del parámetro α , la eficiencia de iluminación de la apertura. Particularice en los casos $\alpha=1$ y $\alpha=0$. Razone los resultados numéricos obtenidos (3 puntos).

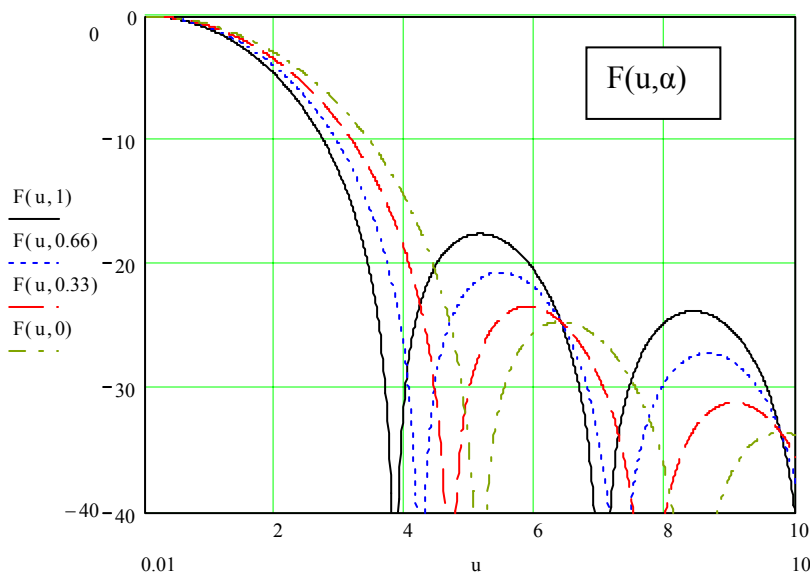


$$\vec{E}(\rho') = E_0 \left(1 + (\alpha - 1) \left(\frac{\rho'}{a} \right)^2 \right) \vec{x} = E_0 (1 + (\alpha - 1) s^2) \vec{x}$$

- Suponga que la distribución de campos en la apertura equivalente de la antena Cassegrain es uniforme. Calcule la Directividad teniendo en cuenta el efecto del bloqueo debido al subreflector (2 puntos).
- Calcule el ancho de haz entre ceros de la antena Cassegrain, con efecto de bloqueo. (1 punto).
- Calcule el nivel de lóbulo principal a secundario, incluyendo el efecto del bloqueo. (2 puntos)

NOTA: $\iint \vec{E}(\rho') e^{jk\hat{x}\cdot\vec{\rho}'} dS' = \hat{x} \frac{\alpha + 1}{2} E_0 \pi a^2 \left(\alpha \left(2 \frac{J_1(u)}{u} \right) + (1 - \alpha) \left(8 \frac{J_2(u)}{u^2} \right) \right) = C F(u, \alpha) \quad u = ka \sin \theta$

la representación de la función, normaliza al máximo en dB para valores de $\alpha=0,0.33,0.66$ y 1



Solución

a) Atenuación debida al diagrama de la antena situada en el foco

El ángulo máximo se puede calcular a partir de la ecuación del reflector hiperbólico

$$r = \frac{f}{2 \cos \theta - 1}$$
$$2 \cos \theta - 1 = \frac{(n-1)f}{R} = \frac{1}{2} \quad \cos \theta = \frac{3}{4} \quad \theta = 0.723 \text{ rad} = 41.41^\circ$$

Por lo tanto, para la apertura elemental

$$\tau_a = 10 \log \left(\frac{D(\theta', \phi')}{D_0} \right) = 10 \log \left(\cos^4 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) = -1.16 \text{ dB}$$

b) Atenuación debida a la diferencia de caminos

$$f = 15 \text{ cm}$$

$$r = R = 30 \text{ cm}$$

$$\tau_c = 20 \log \left(\frac{f}{R} \right) = -6 \text{ dB}$$

La atenuación será proporcional a

c) Cálculo de la eficiencia de iluminación

Los campos en la apertura son

$$\vec{E}(\rho') = E_0 \left(1 + (\alpha - 1) \left(\frac{\rho'}{a} \right)^2 \right) = E_0 (1 + (\alpha - 1) s^2) \vec{x}$$

El problema planteado tiene simetría de revolución. La eficiencia de iluminación de una apertura circular es

$$\eta_{il} = \frac{1}{\pi a^2} \frac{\left(\iint_{s'} E_a(x', y') \rho d\rho d\phi' \right)^2}{\iint_{s'} |E_a(x', y')|^2 \rho d\rho d\phi'}$$

$$\eta_{ii} = \frac{2\pi \left(\int_0^a E_0 \left(1 + (\alpha - 1) \left(\frac{\rho'}{a} \right)^2 \right) \rho' d\rho' \right)^2}{\pi a^2 \int_0^a \left| E_0 \left(1 + (\alpha - 1) \left(\frac{\rho'}{a} \right)^2 \right) \right|^2 \rho' d\rho'} = \frac{2\pi a^4 \left(\int_0^1 E_0 (1 + (\alpha - 1) s^2) s ds \right)^2}{\pi a^2 a^2 \int_0^1 \left| E_0 (1 + (\alpha - 1) s^2) \right|^2 s ds}$$

$$\eta_{ii} = 2 \frac{\left(\int_0^1 (1 + (\alpha - 1) s^2) s ds \right)^2}{\int_0^1 \left| (1 + (\alpha - 1) s^2) \right|^2 s ds} = 2 \frac{\left(\frac{\alpha + 1}{4} \right)^2}{\frac{\alpha^2 + \alpha + 1}{6}}$$

Para $\alpha=1$ la distribución es uniforme, la eficiencia que se obtiene es 1.
 Para $\alpha=0$ la distribución es parabólica, la eficiencia es 0.75

d) Cálculo de la Directividad de la apertura bloqueada.

El radio del reflector hiperbólico es

$$a = R \sin \theta$$

$$a = 20.88 \text{ cm}$$

La eficiencia de iluminación es 1.

El área efectiva es

$$A_{ef} = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 - \pi a^2 = \pi (1 - 0.2088^2) = 3,005 m^2$$

La directividad es

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{ef} \quad D = 46.228 \text{ dB}$$

e) Cálculo del ancho de haz de la apertura bloqueada.

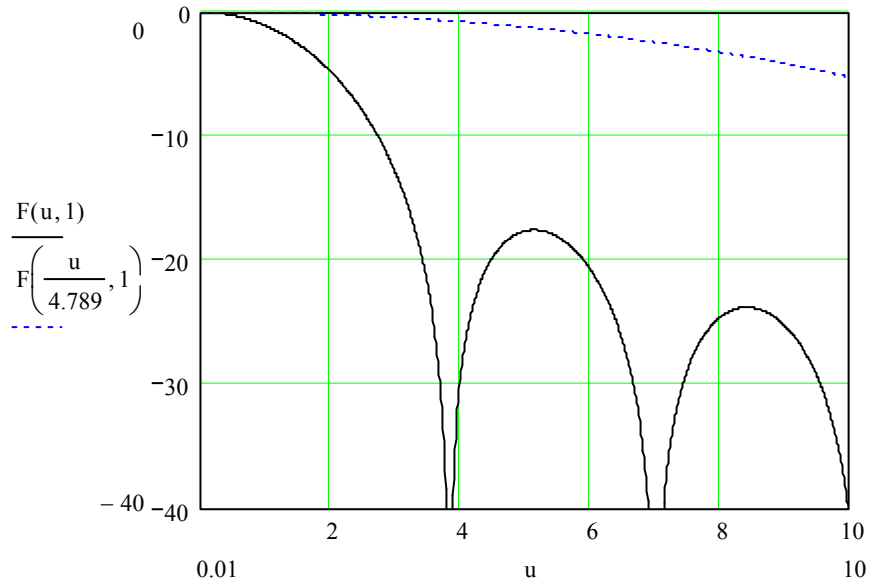
Para una apertura circular uniforme de radio a el coeficiente α valdrá 1. El diagrama de radiación será proporcional a la función

$$\iint \vec{E}(\rho') e^{jk\hat{r} \cdot \vec{\rho}'} dS' = \hat{x} E_0 \pi a^2 \left(2 \frac{J_1(u)}{u} \right) = C F(u, 1) \quad u = ka \sin \theta$$

Para el caso particular de una apertura bloqueada el diagrama será proporcional a la función

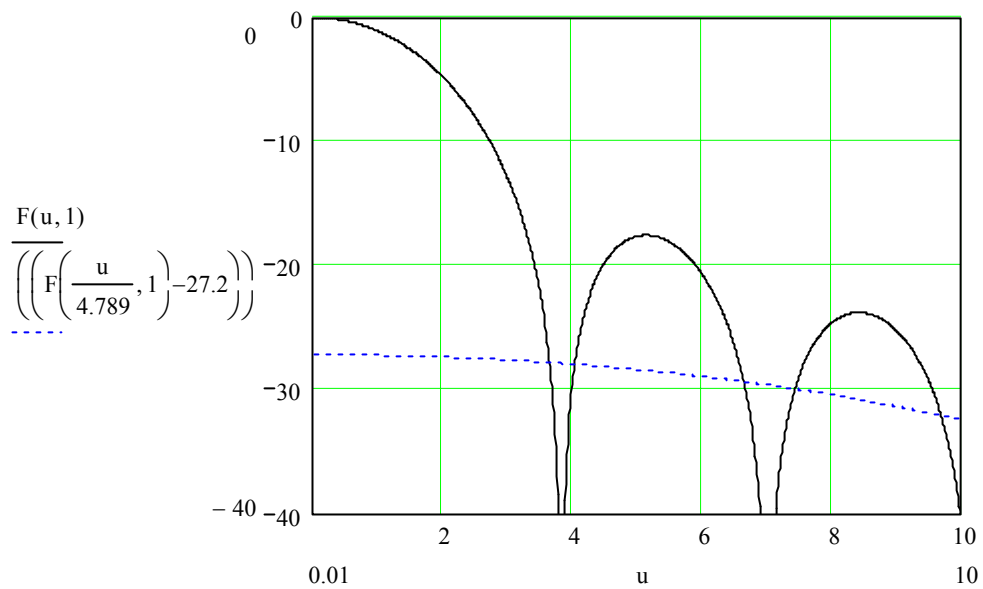
$$\iint \vec{E}(\rho') e^{jk\hat{r} \cdot \vec{\rho}'} dS' = \hat{x} E_0 \left(\pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 \left(2 \frac{J_1(u_1)}{u_1} \right) - \pi a_{hip}^2 \left(2 \frac{J_1(u_2)}{u_2} \right) \right)$$

la relación entre los parámetros u_1 y u_2 es la relación entre las dimensiones del reflector parabólico y el subreflector hiperbólico. La representación gráfica de las dos funciones normalizadas es



La relación entre las amplitudes de las dos funciones es:

$$20 \log \left(\frac{\pi a^2}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} \right) = -27.2 \text{ dB}$$



Para que se produzca un nulo es necesario que las dos funciones tomen el mismo valor. Esto sucede aproximadamente para $u=3.6$

$$u = k \frac{D}{2} \sin \theta \quad \sin \theta = \frac{3.6 \lambda}{2\pi} = 0.0117$$

$$\theta = 0.974^\circ$$

El ancho de haz entre ceros será el doble $\Delta\theta = 1.95^\circ$

f) Cálculo de la relación de lóbulo principal a secundario de la apertura bloqueada.

A partir de las gráficas se observa que la relación de lóbulo principal a secundario de la apertura sin bloquear es -17.6 dB

Cuando se produce el efecto de bloqueo, hay una reducción del lóbulo principal, proporcional a la disminución del área efectiva, y un aumento del lóbulo secundario aproximadamente igual.

El lóbulo principal disminuye un factor proporcional a la eficiencia de bloqueo.

$$\frac{\pi(1^2 - 0.2088^2)}{\pi 1^2} = 0.956$$

El lóbulo secundario aumentará proporcionalmente a

$$\frac{\pi(1^2 - 0.2088^2 10^{-17.6/20})}{\pi 1^2} =$$

El nuevo NLPS es -15.4 dB

