ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

ANTENAS 21 de Enero de 2010

Duración: 60 minutos. Respuesta correcta: 1 punto, respuesta incorrecta: -1/3 puntos

CÓDIGO A

SOLUCIÓN: BBDDB CCDBB DABDD

1. Se desea diseñar una agrupación lineal de 21 antenas isotrópicas alimentadas en fase y con espaciado de $\lambda/2$, asegurando que el NLPS sea de al menos 25 dB. Para conseguirlo se puede utilizar una distribución de corrientes

   a) Uniforme

   b) Triangular

   c) Coseno

   d) En imposible conseguir ese NLPS con un espaciado de $\lambda/2$

2. Una agrupación de 2 dipolos paralelos resonantes separados $\lambda/2$ y puestos a $\lambda/4$ de un plano conductor, están alimentados mediante una red de distribución de modo que la corriente de alimentación en ambos dipolos es la mitad de la corriente a la entrada de la red de distribución. El máximo de radiación se produce en la dirección perpendicular al plano de masa. La longitud efectiva máxima de la agrupación es

   a) λ/π b) $2\lambda/\pi$ c) $4\lambda/\pi$ d) $16\lambda/\pi$

3. Una antena alimentada con una corriente de 1 mA produce un campo $\vec{E} = 3\,\hat{y} + 2j\,\hat{z}$ sobre un dipolo elemental de longitud 1 cm orientado según $\hat{z}$ y que está en circuito abierto. La impedancia mútua entre ambas antenas será

   a) $-j0,02\,\Omega$ b) $j50\,\Omega$ c) $j0,05\,\Omega$ d) $-j20\,\Omega$

4. Una apertura rectangular de dimensiones $4\lambda \times 3\lambda$ tiene distribución de campo uniforme a lo largo del eje x y coseno a lo largo del eje y. El campo en la apertura está polarizado linealmente según el eje x.

   a) El área efectiva es igual al área geométrica

   b) El ancho de haz es mayor en el plano E

   c) El diagrama de radiación tiene simetría de revolución en torno al eje z

   d) Ninguna es correcta

5. Una agrupación plana uniforme de N=5 antenas a lo largo del eje x y M=5 antenas a lo largo del eje y tiene corrientes de alimentación con desfases progresivos $\alpha = \pi/2$ a lo largo del eje x y $\beta = 0$ a lo largo del eje y. El máximo del diagrama de radiación estará en

   a) El eje z

   b) El plano XZ

   c) El plano YZ

   d) El plano XY

6. El ancho de haz entre nulos de una agrupación lineal de 7 antenas isotrópicas con distribución uniforme de corrientes, espaciadas $\lambda/2$ y alimentadas en fase, es

   a) 103° b) 73° c) 33° d) 147°

7. Dada una agrupación uniforme endfire de N elementos y espaciado $\lambda/4$, al aumentar el espaciado modificando la fase para que siga siendo endfire,

   a) El lóbulo principal se ensancha y se desvía 45°

   b) El lóbulo principal se estrecha y se desvía 90°

   c) El lóbulo principal se estrecha y no modifica el apuntamiento

   d) La NLPS aumenta

8. Una espira se sitúa en el origen de coordenadas y orientada de forma que está contenida en el plano XY. ¿Cómo orientaría una ranura situada en el punto (10λ,0,10λ) para conseguir máxima transferencia de potencia entre ambas antenas?

   a) $\hat{z}$ b) $\hat{y}$ c) $\hat{z}+\hat{x}$ d) $\hat{z}-\hat{x}$

9. Un dipolo de 1 cm de longitud a la frecuencia de 200 MHz tiene una longitud efectiva máxima de

   a) 1 cm b) 0,5 cm c) 47,8 cm d) 1,5 m

10. El campo radiado por un dipolo de brazo $H = 3\lambda/4$ en la dirección perpendicular al hilo es

    a) Nulo
    b) De igual amplitud que el campo radiado por un dipolo $H = \lambda/4$ con la misma corriente a la entrada
    c) Del doble de amplitud que el campo radiado por un dipolo $H = \lambda/4$ con la misma corriente a la entrada
    d) Del triple de amplitud que el campo radiado por un dipolo $H = \lambda/4$ con la misma corriente a la entrada

11. El polinomio de una determinada agrupación de antenas es $p(z) = z^2 - 2\,z + 2$. El factor de agrupación $FA(\Psi)$ tiene nulos en

    a) $\Psi = \pm\pi/8$
    b) $\Psi = \pm\pi/4$
    c) $\Psi = \pm\pi/2$
    d) No tiene ningún nulo

12. ¿Cuál es, aproximadamente, la máxima directividad que se puede conseguir con un reflector parabólico de 2 m de diámetro a la frecuencia de 2 GHz?

    a) 31,5 dB b) 25,5 dB c) 32,5 dB d) 19,5 dB

13. La onda $\vec{E} = ((2+j)\hat{x} + \hat{z})\; e^{jky}$ incide sobre una antena situada en el origen de coordenadas cuya longitud efectiva es $\vec{l} = A\left[(1+\cos\theta)\,\hat{\theta} - \sin\varphi\,\hat{\varphi}\right]$. El coeficiente de desacoplo de polarización es

    a) $-4,8\ dB$ b) $-7,8\ dB$ c) $-9,6\ dB$ d) $-15,6\ dB$

14. Si en una agrupación lineal de 11 antenas con distribución uniforme *broadside* se duplica la corriente de alimentación del elemento central,

    a) El ancho de haz del lóbulo principal se estrecha
    b) El campo radiado máximo disminuye
    c) El NLPS disminuye
    d) Ninguna es correcta

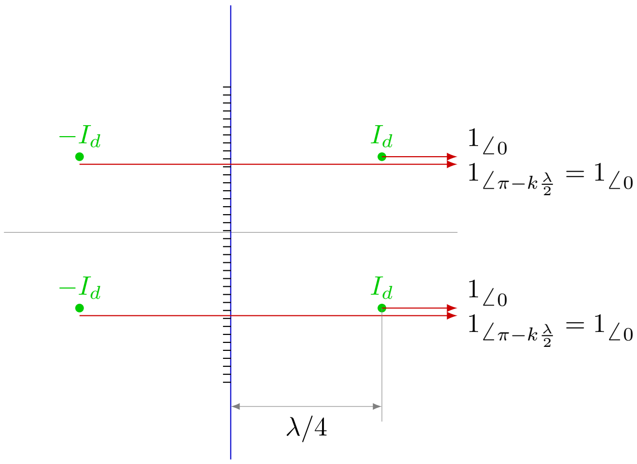
15. En una bocina piramidal óptima,

    a) El área efectiva es aproximadamente la mitad del área geométrica
    b) Si cambia alguna dimensión de la boca la directividad disminuye
    c) Si aumenta la longitud de la bocina la directividad aumenta
    d) Todas son correctas

SOLUCIÓN

Cuestión 1 La distribución de corrientes uniforme proporciona (para un elevado número de antenas, como es el caso), y para un espaciado de $\lambda/2$, un NLPS de 13,4 dB, que es menos de los al menos 25 dB que pide el enunciado. En el caso de la distribución coseno el NLPS que se obtendría sería de 23,2 dB, también insuficiente. En cambio con la distribución triangular se consigue un NLPS de 26,8 dB, que sí cumple con lo exigido.

Cuestión 2 Como se puede apreciar en la figura, si los dipolos están situados paralelos al conductor y están alimentados con la misma corriente I_d, los dipolos imagen tienen las corrientes en sentido opuesto, y al estar separados $\lambda/4$ del conductor en la dirección normal al conductor los campos radiados por los dipolos y sus imágenes se suman en fase. Por tanto el campo radiado máximo será cuatro veces mayor que el de un dipolo aislado. También el vector de radiación será cuatro veces mayor.



Por tanto la longitud efectiva será:

$$\vec{l} = \frac{1}{I(0)}\,\vec{N}_{\perp}$$

Teniendo en cuenta que en la dirección de máxima radiación el vector de radiación es cuatro veces mayor que el vector de radiación de 1 sólo dipolo, y que la corriente a la entrada de la antena (red de alimentación) es el doble que la corriente de un sólo dipolo:

$$\vec{l}^{\max} = \frac{1}{2\,I_d}\,4\,\vec{N}_{d_\perp}^{\max} = 2\,\frac{1}{I_d}\,\vec{N}_{d_\perp}^{\max} = 2\,\vec{l}_d^{\max}$$

Y como los dipolos son de longitud $\lambda/2$, la longitud efectiva máxima de un sólo dipolo es λ/π. por tanto:

$$l^{\max} = 2\,l_d^{\max} = 2\frac{\lambda}{\pi}$$

Cuestión 3 La impedancia mutua entre dos antenas es:

$$Z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}$$

Es decir, hay que alimentar una antena (la antena 1 en este caso, alimentada con corriente I_1=1 mA) y ver cuál es la tensión en circuito abierto en la otra (V_2, siendo I_2=0). La tensión en circuito abierto en la antena 2 es:

$$V_2 = -\vec{E}_{21}\cdot\vec{l}_2$$

donde $\vec{E}_{21}$ es el campo producido por la antena 1 sobre la antena 2, que en este caso nos dicen que es $\vec{E} = 3\,\hat{y} + 2j\,\hat{z}$, lo que implica que la onda se propaga en la dirección del eje x ya que el campo debe ser perpendicular a la dirección de propagación. Por otro lado $\vec{l_2}$ es la longitud efectiva de un dipolo elemental de 1 cm orientado según z en la dirección perpendicular al hilo (la onda incidente llega por el eje x), que es $\vec{l_2}$=1 cm $\hat{z}$. Por tanto:

$$Z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{-(3\,\hat{y} + 2j\,\hat{z}) \cdot 0,01\,\hat{z}}{0,001} = -20j\,\Omega$$

Cuestión 4 Como la distribución de campo en la apertura rectangular es uniforme a lo largo del eje x y coseno a lo largo del eje y las eficiencias de iluminación son $\eta_{il_x} = 1$ y $\eta_{il_y} = 8/\pi^2$. Por tanto el área efectiva es:

$$A_{ef} = A_{geom}\,\eta_{il} = A_{geom}\,\eta_{il_x}\,\eta_{il_x} = A_{geom}\,\frac{8}{\pi^2} = 0,81\,A_{geom}$$

De manera que el área efectiva y el área geométrica no son iguales.

Por otro lado para que el diagrama de radiación tuviera simetría de revolución en torno a z, tanto la geometría de la apertura como la distribución de campo en la misma debería tener simetría acimutal, cosa que no sucede.

Por otro lado el ancho de haz a -3 dB en el plano E (plano XZ), dado que la distribución de campo en ese eje es uniforme, será aproximadamente de:

$$\Delta\theta^{PE}_{-3\ dB} \simeq \frac{50,6°}{\frac{a}{\lambda}} = \frac{50,6°}{4} = 12,65°$$

Y en el plano H (plano YZ), donde la distribución de campo es cosenoidal:

$$\Delta\theta^{PH}_{-3\ dB} \simeq \frac{68,8°}{\frac{b}{\lambda}} = \frac{68,8°}{3} = 23°$$

De manera que el ancho de haz es mayor en el plano H.

Así que ninguna respuesta es correcta.

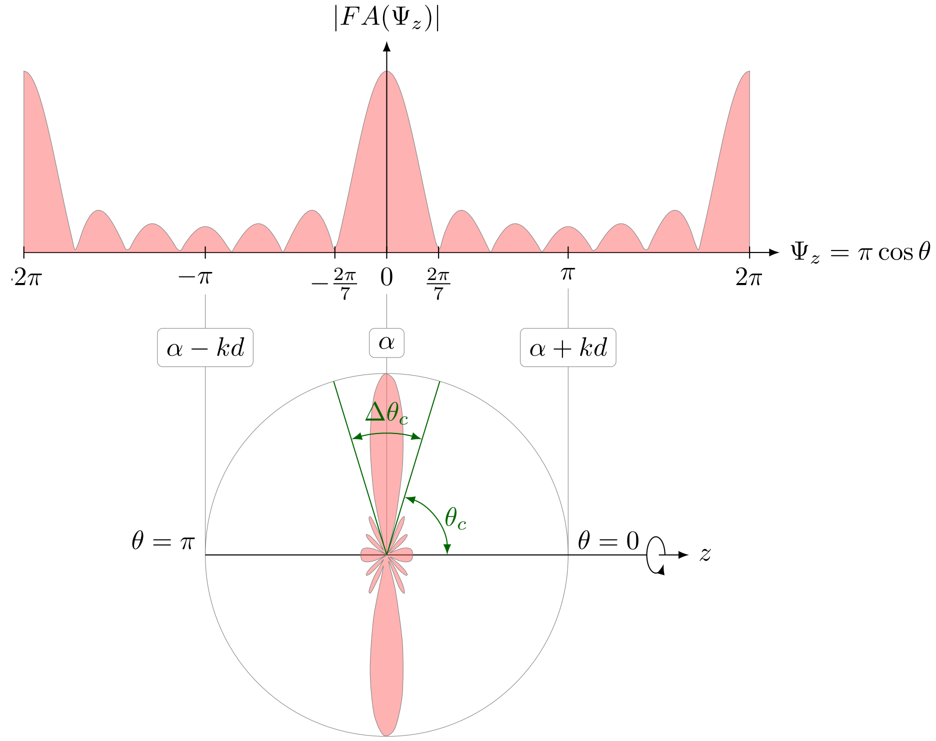
Cuestión 5 Sabiendo los desfases progresivos ($\alpha = \pi/2$, $\beta = 0$), podemos intentar calcular la dirección de apuntamiento del máximo de la agrupación plana (θ_m, φ_m):

$$\tan\varphi_m = \frac{\beta\,d_x}{\alpha\,d_y} = 0 \rightarrow \varphi_m = 0$$

$$\sin^2\theta_m = \left(\frac{\alpha}{k\,d_x}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{k\,d_y}\right)^2 = \left(\frac{\pi}{2\,k\,d_x}\right)^2$$

Como no sabemos el valor de d_x no podemos determinar θ_m, pero en cualquier caso como $\varphi_m = 0$ sabemos que el máximo está contenido en el plano XZ.

Cuestión 6 El diagrama de radiación de una agrupación uniforme de 7 antenas con espaciado $d = \lambda/2$ y $\alpha = 0$ es el que se muestra en la figura.



La posición del primer nulo es:

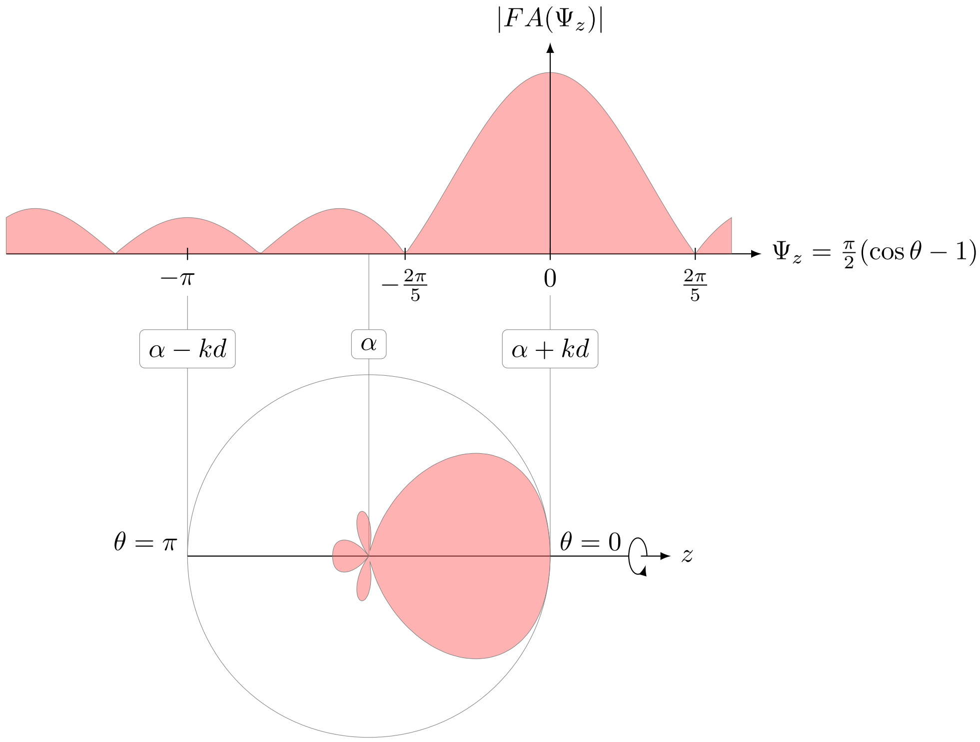
$$\Psi_c = \pi \cos\theta_c = \frac{2\pi}{7} \rightarrow \theta_c = 73,4°$$

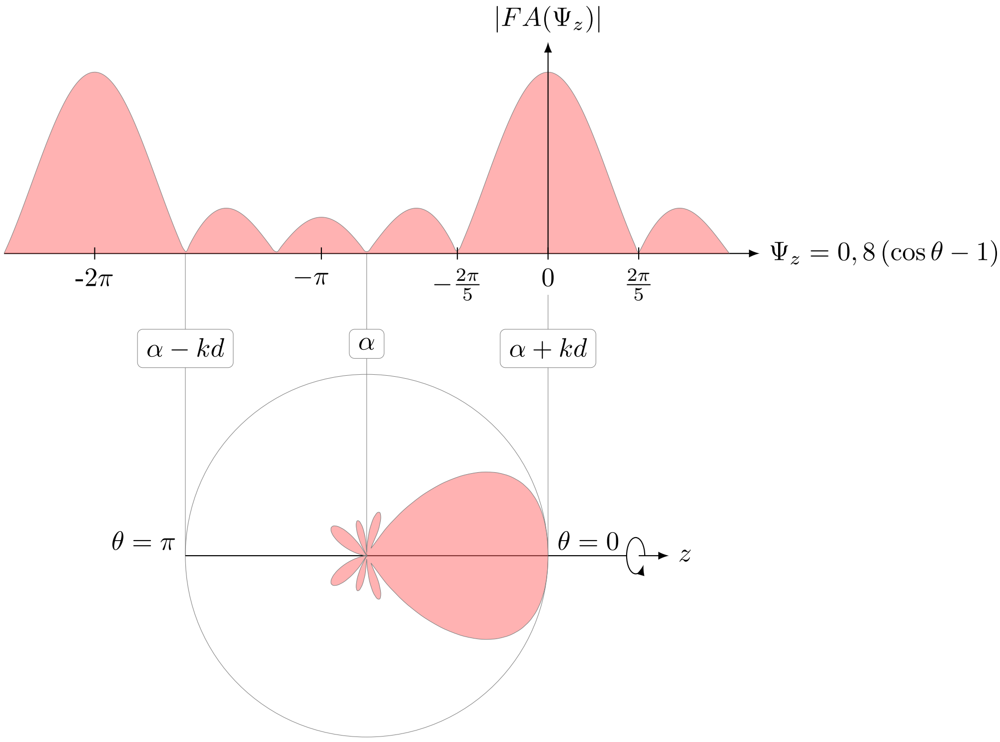
De manera que el ancho de haz entre nulos es:

$$\Delta\theta_c = 2(90 - \theta_c) = 33°$$

Cuestión 7 Si aumentamos el espaciado y modificamos la fase para que siga siendo endfire, la dirección de apuntamiento no se modifica porque al seguir siendo endfire el máximo seguirá estando en la dirección del eje de la agrupación. En cambio, al aumentar el espaciado la longitud del margen visible aumenta y por tanto el haz se estrecha.

A modo de ejemplo se muestran dos gráficas de una agrupación endfire de 5 antenas. En el primer caso el espaciado es $\lambda/4$ (y $\alpha = -0,5\,\pi$ para que sea endfire), y en la segunda gráfica se ha aumentado el espaciado hasta $0,4\lambda$ (y $\alpha = -0,8\pi$ para que siga siendo endfire). Se puede observar que el máximo sigue apuntando en la misma dirección y que el lóbulo principal se ha estrechado.





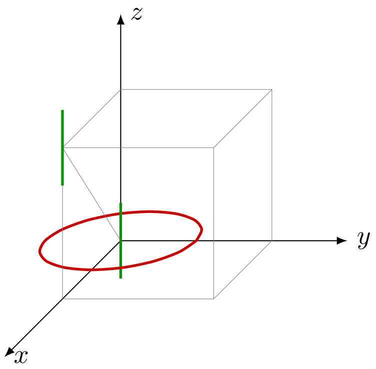
Cuestión 8 Si suponemos, por ejemplo, que la ranura es la antena receptora y la espira la transmisora, la potencia recibida sería:

$$W_R = W_T\,D_T\,D_R\left(\frac{\lambda}{4\pi\,R}\right)^2 C_a\,C_p$$

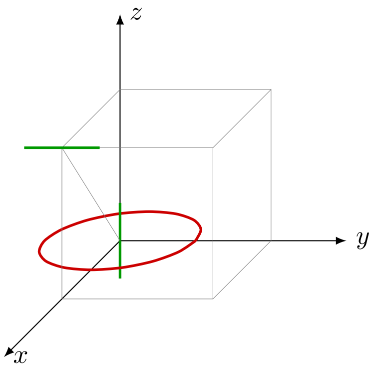
Al mantener las dos antenas en puntos fijos y variar la orientación de la antena receptora en la ecuación anterior es todo constante excepto el coeficiente de desacoplo de polarización C_p y la directividad de la antena receptora.

La antena emisora es una espira eléctrica paralela al plano XY, lo que es equivalente a un dipolo magnético paralelo al eje z. La antena receptora es una ranura, o lo que es lo mismo, un dipolo magnético cuya orientación debemos determinar para maximizar la potencia recibida.

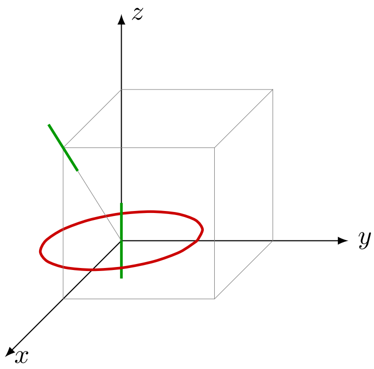
Como se puede apreciar en las figuras que se muestran a continuación la única orientación que garantiza acoplo total de polarización y máxima directividad de la antena receptora, y por tanto, máxima potencia recibida es cuando la ranura se orienta según $\hat{z} - \hat{x}$.



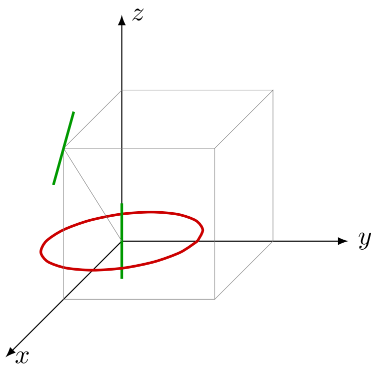
(a) Ranura orientada según $\hat{z}$.
$C_p = 1$. $D_R = 1,5 \sin^2 45°$.



(b) Ranura orientada según $\hat{y}$.
$C_p = 0$. $D_R = 1,5$.



(c) Ranura orientada según $\hat{z} + \hat{x}$.
$C_p = 1$. $D_R = 0$.



(d) Ranura orientada según $\hat{z} - \hat{x}$.
$C_p = 1$. $D_R = 1,5$.

Cuestión 9 Si calculamos el tamaño eléctrico del brazo del dipolo, es:

$$\frac{H}{\lambda} = \frac{0,5\,\mathrm{cm}}{1,5} = \frac{1}{300} \ll \frac{1}{20}$$

Por tanto se trata de un dipolo corto, y su longitud efectiva es $H = 0,5$ cm.

Cuestión 10 El campo radiado por cualquier antena de hilo, como es el caso de un dipolo, lo podemos expresar de la siguiente manera:

$$\vec{E} = -j\omega \frac{e^{-jkr}}{4\pi\, r} \vec{N}_{\perp}$$

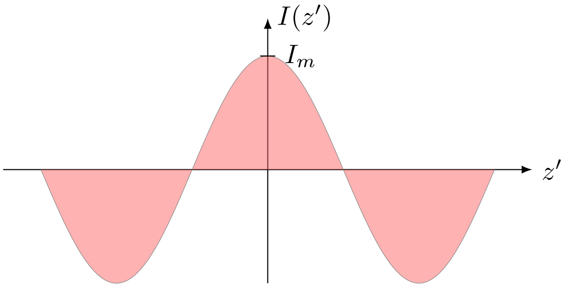
Donde el vector de radiación es la transformada de Fourier de la distribución de corriente, que es (suponiendo que el dipolo esté en el eje z):

$$\vec{N} = \int_{z'} I(z')\, e^{jk_z\, z'}\, dz'$$

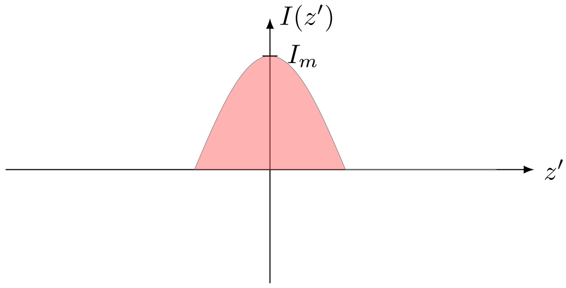
La dirección perpendicular al hilo es la dirección $\theta = \pi/2$. Por tanto en esa dirección $k_z = k\,\cos\theta = 0$, y el vector de radiación se reduce al área de la distribución de corriente:

$$\vec{N} = \int_{z}^{\prime} I(z')\, dz'$$

La distribución de corriente para los dipolos $H = 3\lambda/4$ y $H = \lambda/4$ con igual corriente a la entrada I_m es:



(a) $H = 3\lambda/4$



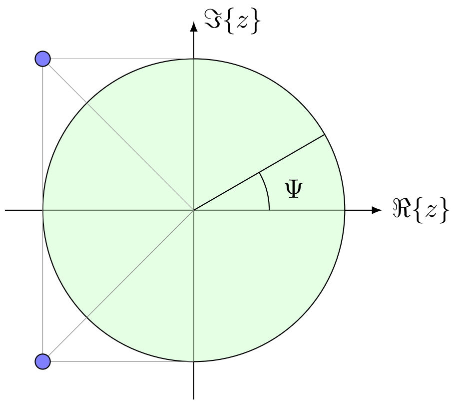
(b) $H = \lambda/4$

Como se puede observar el área en ambos casos es la misma, no nula, y por tanto el vector de radiación y el campo radiado también serán iguales.

Cuestión 11 Los ceros del polinomio $p(z) = z^2 - 2z + 2$ son:

$$z_c = \frac{2 \pm \sqrt{4-8}}{2} = \frac{2 \pm j2}{2} = 1 \pm j = \sqrt{2}\, e^{\pm j\frac{\pi}{4}}$$

Si colocamos los ceros en el plano z complejo vemos que están fuera del círculo de radio unidad, que es la parte del polinomio que se corresponde con el factor de agrupación ($FA(\Psi) = p(z = e^{j\Psi})$). Por tanto no hay ningún cero en el factor de agrupación.



Cuestión 12 La directividad de un reflector parabólico es:

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}\,\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 \eta_{il}\,\eta_s$$

Si unimos las eficiencias de iluminación y desbordamiento ($\eta_t = \eta_{il}\cdot\eta_s$):

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}\,\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 \eta_t$$

Puesto que la frecuencia es 2 GHz, la longitud de onda es 0,15 m. Por otro lado el diámetro es de 2 m. Por tanto:

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}\,\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 \eta_t = \frac{4\pi}{0,15^2}\,\pi\left(\frac{2}{2}\right)^2 \eta_t = 1755\,\eta_t$$

La eficiencia total en el mejor de los casos puede llegar a $0,8$. de manera que la máxima directividad será:

$$D = 1755\cdot 0,8 = 1404 = 31,5\,\mathrm{dB}$$

Cuestión 13 El coeficiente de desacoplo de polarización es:

$$C_p = \frac{\left|\vec{E} \cdot \vec{l}\right|^2}{\left|\vec{E}\right|^2 \cdot \left|\vec{l}\right|^2}$$

donde $\vec{E} = ((2+j)\hat{x} + \hat{z})$, y $\vec{l}$ hay que particularizarla en la dirección por la que llega la onda incidente antes de sustituirla en la fórmula. La dirección de llegada de la onda es el eje y, por tanto hay que particularizar $\vec{l}$ en $\theta = \pi/2$, $\varphi = \pi/2$:

$$\vec{l}(\theta = \pi/2, \varphi = \pi/2) = A[\hat{\theta} - \hat{\varphi}]$$

Teniendo en cuenta que en el eje y se cumple que $\hat{\theta} = -\hat{z}$ y $\hat{\varphi} = -\hat{x}$:

$$\vec{l}(\theta = \pi/2, \varphi = \pi/2) = A[\hat{x} - \hat{z}]$$

Sustituyendo $\vec{E}$ y $\vec{l}$ en la fórmula de C_p:

$$C_p = \frac{\left|\vec{E} \cdot \vec{l}\right|^2}{\left|\vec{E}\right|^2 \cdot \left|\vec{l}\right|^2} = \frac{|A(2+j-1)|^2}{(4+1+1)\cdot(A^2+A^2)} = \frac{2\,A^2}{12\,A^2} = \frac{1}{6} = -7{,}8\,\mathrm{dB}$$

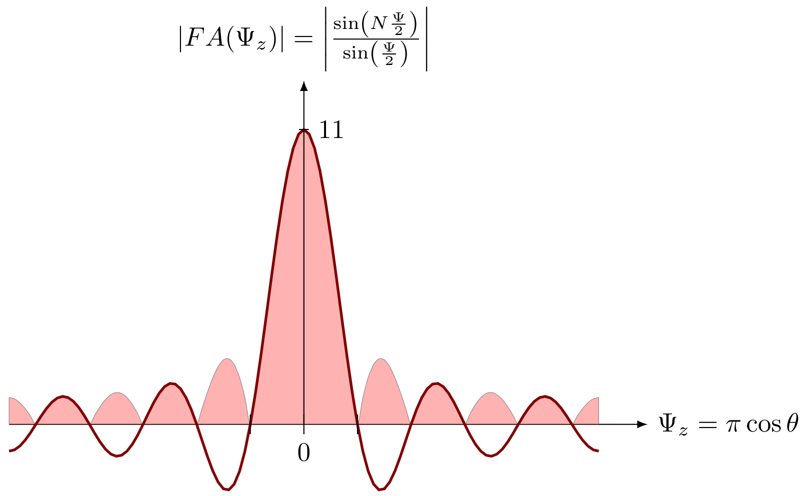
Cuestión 14 Si se duplica la corriente del elemento central la distribución pasará de ser

$$a_n = \{1:1:1:1:1:1:1:1:1:1:1\}$$
$$p(z) = 1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6 + z^7 + z^8 + z^9 + z^{10}$$
$$p(z) = z^5 \cdot (z^{-5} + z^{-4} + z^{-3} + z^{-2} + z^{-1} + 1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5)$$
$$|FA(\Psi)| = \left|\frac{\sin\left(N\frac{\Psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)}\right|$$

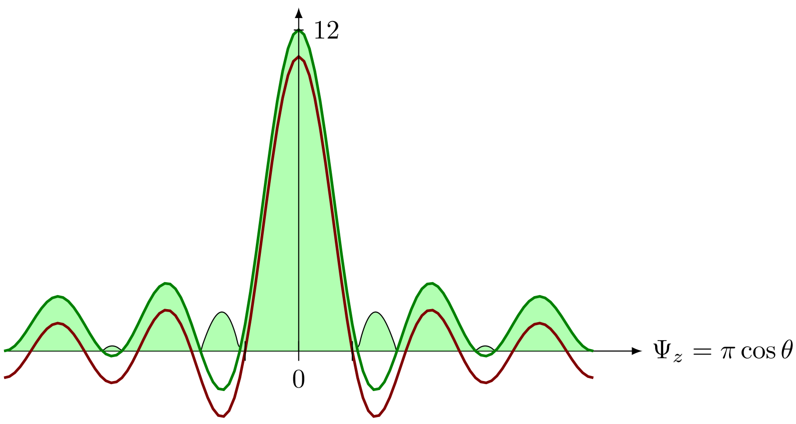
a ser:

$$a'_n = \{1:1:1:1:1:2:1:1:1:1:1\}$$
$$p'(z) = 1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + 2\,z^5 + z^6 + z^7 + z^8 + z^9 + z^{10}$$
$$p'(z) = z^5 \cdot (z^{-5} + z^{-4} + z^{-3} + z^{-2} + z^{-1} + 2 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5)$$
$$p'(z) = z^5 \cdot (1 + (z^{-5} + z^{-4} + z^{-3} + z^{-2} + z^{-1} + 1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5))$$
$$|FA'(\Psi)| = \left|1 + \frac{\sin\left(N\frac{\Psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)}\right|$$

En definitiva, el efecto es el de sumar una componente continua de valor 1 al factor de agrupación. Como se puede apreciar en la gráfica, eso supone un aumento del lóbulo principal (el campo radiado máximo), una disminución del lóbulo secundario, un ensanchamiento del lóbulo principal, y un aumento del NLPS.



$$|FA(\Psi_z)| = \left| 1 + \frac{\sin\left(N\frac{\Psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)} \right|$$



Cuestión 15 En una bocina piramidal óptima el área efectiva es aproximadamente la mitad del área geométrica. Por otro lado al ser una bocina óptima, cualquier cambio en las dimensiones de la boca de la bocina sin modificar la longitud hará que disminuya la directividad. Y si mantenemos las dimensiones de la boca de la guía y aumentamos la longitud, el error de fase disminuirá, y la directividad aumentará.