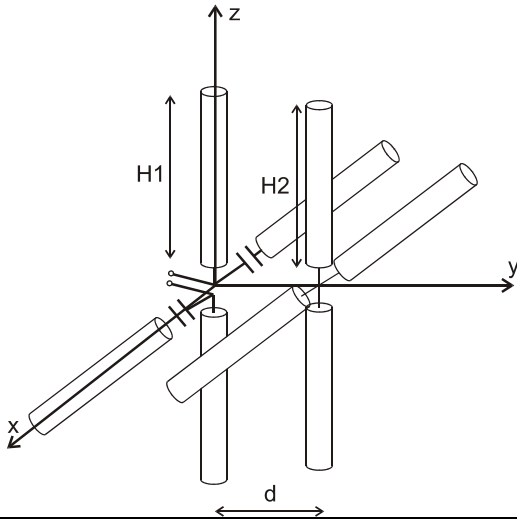


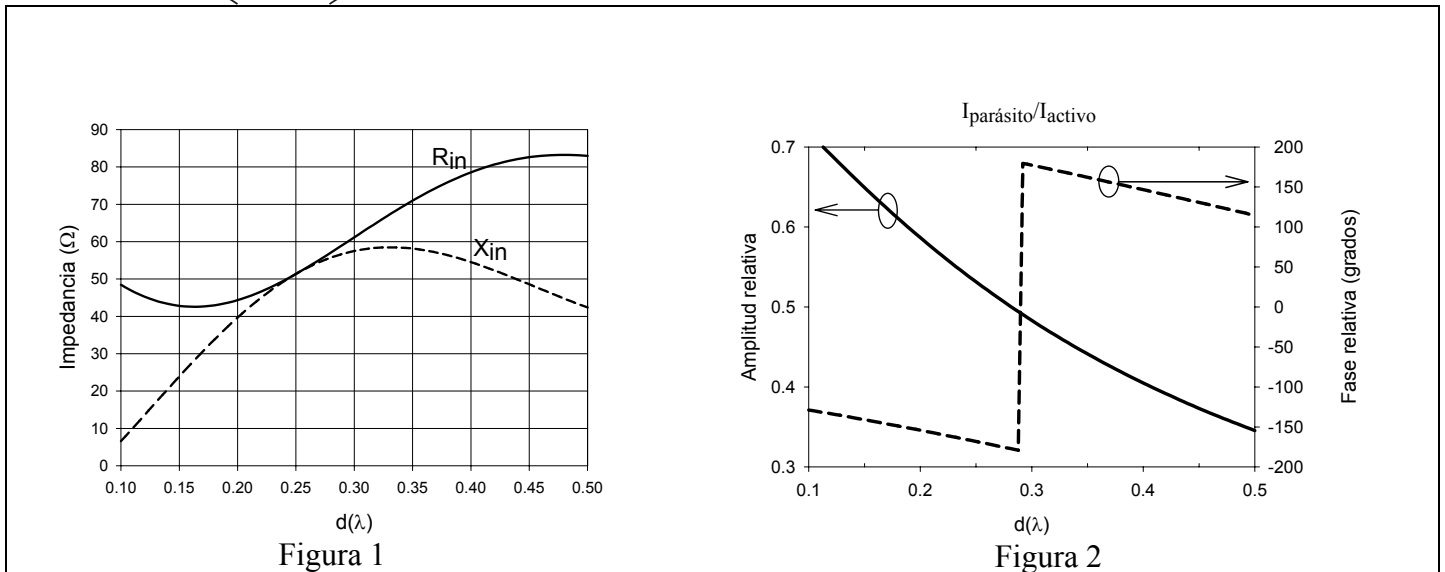
**PROBLEMA 1**

La antena Yagi de la figura tiene como finalidad producir polarización circular. Está formada por dos dipolos activos cruzados y dos dipolos parásitos también cruzados. Los dipolos activos son ambos de semibraso  $H_1=0,25\lambda$ , mientras que los dipolos parásitos presentan un semibraso  $H_2=0,23\lambda$ . La autoimpedancia de los dipolos activos es  $Z_{11}=73+j42\Omega$  y la de los parásitos,  $Z_{22}=57-j61\Omega$ .



La frecuencia de trabajo es  $f=1\text{ GHz}$

Para nuestro análisis consideraremos inicialmente una Yagi convencional, formada únicamente por los elementos verticales. La gráfica 1 proporciona la  $Z_{in}$  de dicha Yagi, en función de la separación,  $d$ . La gráfica 2 muestra la relación de corrientes entre el dipolo párasito y el dipolo activo,  $I_{\text{parásito}}/I_{\text{activo}}$ , en función de  $d$ .



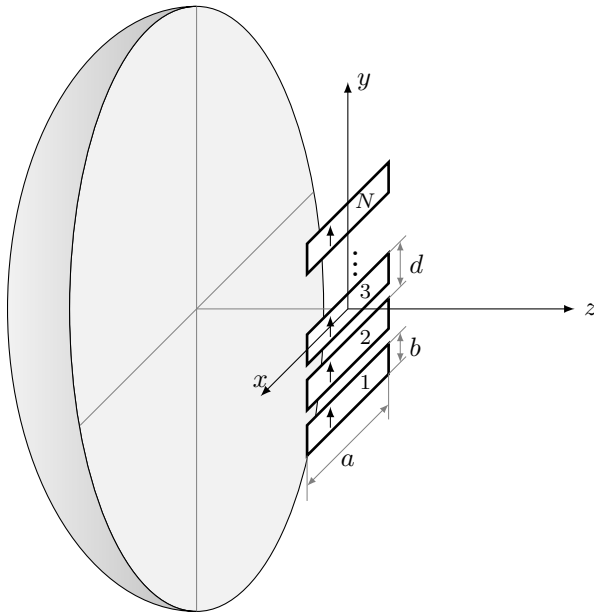
- Indique la distancia  $d$  entre el dipolo activo y el parásito que hace que la fase de la impedancia de entrada sea  $45^\circ$ . (1 punto)
- Calcule la relación delante-atrás de la antena. (2 puntos)

Añadimos ahora los dipolos horizontales (dipolos en x) con lo que la Yagi es capaz de radiar dos polarizaciones ortogonales. Como se ve en la figura los dipolos activos se han dotado de unos condensadores en la base de los dipolos.

- Determine la capacidad de los condensadores que consiguen una corriente desfasada  $90^\circ$  respecto a la corriente de la Yagi vertical. (2 puntos)
- Calcule la impedancia de entrada de la Yagi con polarización circular. (2 puntos)
- Obtenga la longitud efectiva máxima de la Yagi. Asuma  $H_2 = H_1 = 0,25\lambda$ . (2 puntos)
- En la dirección del máximo y a una distancia que podemos considerar campo lejano se encuentra un dipolo de semibraso  $H=\lambda/4$  que está girando en un plano perpendicular a dicha dirección. Dibuje el diagrama de la tensión recibida en función de dicho ángulo de giro,  $|v_{ca}(\alpha)|$ . (1 punto)

## Problema 2

Un reflector parabólico de relación  $f/D = 0,4$  se alimenta en el foco por una agrupación binómica de  $N$  bocinas sectoriales plano H óptimas separadas  $d = 0,3\lambda$  y alimentadas en fase, tal y como se muestra en la figura. Las bocinas radian hacia el reflector. La frecuencia de trabajo es 8 GHz.



- Sabiendo que la altura de la boca de las bocinas es  $b = 9,525$  mm, y utilizando la gráfica del diagrama de campo normalizado que se adjunta, determine la anchura y longitud de las bocinas ( $a$  y  $L_H$ ) para conseguir que el decaimiento de campo en el borde del reflector con respecto al centro en el plano H sea de 10 dB (3 puntos).
- Determine el número de bocinas  $N$  óptimo para conseguir que el decaimiento de campo en el borde del reflector con respecto al centro en el plano E sea lo más próximo posible a 10 dB (3 puntos).

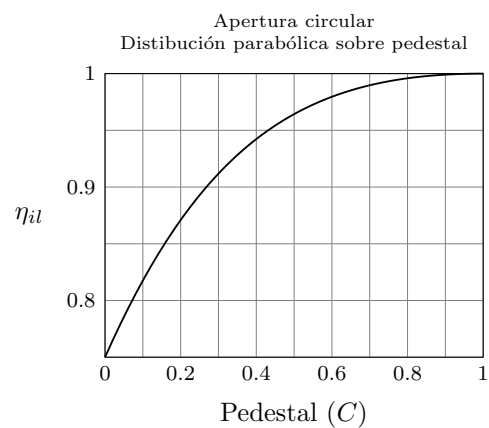
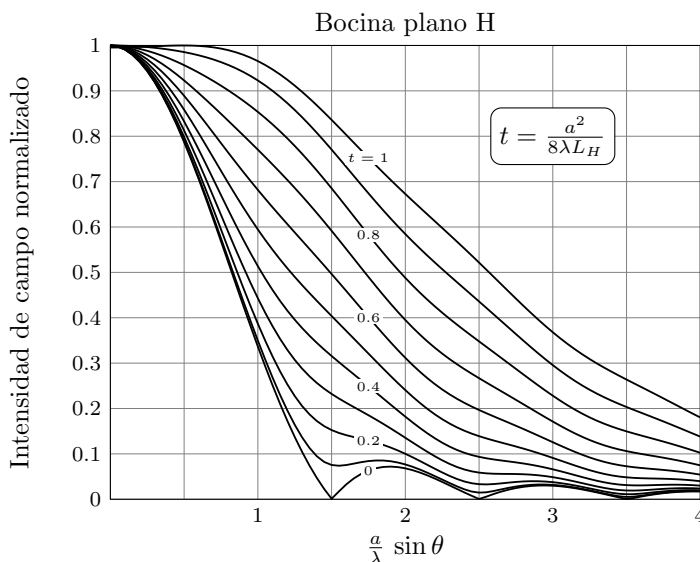
- La distribución de campo en la apertura del reflector se puede aproximar por una distribución parabólica sobre pedestal de la forma:

$$\vec{E}_a = E_0 \left( 1 + (C - 1) \left( \frac{\rho'}{D/2} \right)^2 \right) \hat{y}$$

donde  $D$  es el diámetro del reflector y  $C$  es la altura del pedestal.

Asumiendo que el decaimiento en todo el borde del reflector es de 10 dB, utilizando la gráfica que se adjunta de la eficiencia de iluminación de una apertura circular con distribución parabólica sobre pedestal, y sabiendo que el 15% de la potencia radiada por las bocinas no incide en el reflector, calcule el diámetro  $D$  que debe tener el reflector para conseguir que la directividad sea de 30 dB. Desprecie las pérdidas por bloqueo y polarización cruzada (2 puntos).

- Determine ahora cuál será la directividad de la antena si se tiene en cuenta las pérdidas por el bloqueo que producen las bocinas que hay en el foco. Suponga para este cálculo que el campo en la apertura del reflector es uniforme (2 puntos).



### Solución al Problema 1

a) Observando la gráfica 1 se comprueba que para  $d=\lambda/4$  la impedancia de entrada de la Yagi tiene  $R_{in} = X_{in}$ , y por tanto la fase de la impedancia es  $45^\circ$ .  $Z_{in} = 52 + j52 \Omega$ .

b) En la antena Yagi, el elemento parásito actúa como director ya que es más corto que el elemento activo. Por tanto la dirección del máximo es el eje +y y la dirección hacia atrás es el eje -y. Debemos calcular la relación entre los campos  $E(\phi=90^\circ)/E(\phi=270^\circ)$ .

Dado que el diagrama de radiación del dipolo presenta el mismo valor en ambas direcciones el cociente anterior se reduce al cociente del factor de array en ambas direcciones:

$FA(\phi=90^\circ)/FA(\phi=270^\circ)$ .

El factor de array en general es  $FA = \left| 1 + \frac{I_2}{I_1} e^{jk_y d} \right|$ . Particularizando para  $\theta=\pi/2$ ,  $d=\lambda/4$  y

obteniendo de la gráfica de la figura 2 el valor de  $I_2/I_1=0.53e^{-j0.94\pi}$ , podemos obtener la relación delante atrás como

$$RDA = 20 \log \left( \frac{1 + 0.53e^{-j0.94\pi} e^{jk d \sin(\pi/2)}}{1 + 0.53e^{-j0.94\pi} e^{jk d \sin(3\pi/2)}} \right) = 1.36 \text{ dB}$$

c) Dado que la Yagi vertical presenta una impedancia  $Z_{in} = 52 + j52 \Omega$ , la Yagi horizontal debe presentar una impedancia conjugada,  $Z'_{in} = 52 - j52 \Omega$ , para que ambas estén desfasadas  $90^\circ$  y den lugar a corrientes en cuadratura, ya que  $I=V/Z$ .

Para conseguir  $Z'_{in} = 52 - j52 \Omega$  se emplean los condensadores de modo que  $Z'_{in} = Z_{in} + 2Z_c$ . Siendo  $Z_c = 1/j\omega C$ , la impedancia que presenta cada uno de los condensadores en serie con la impedancia de la Yagi.

De modo que  $Z_c = -j52 \Omega$ .

Teniendo en cuenta que la frecuencia de trabajo es 1 GHz, la capacidad resultante es  $C = 3.1 \text{ pF}$ .

d) La impedancia de entrada de la antena,  $Z_{antena}$ , se obtiene como el paralelo de  $Z_{in}$  y  $Z'_{in}$ , dando como resultado  $Z_{antena} = 52 \Omega$ .

e) La longitud efectiva máxima se calcula como  $\vec{l}_{ef \text{ máx}} = \frac{\vec{N}_{máx}}{I(0)}$ .

La corriente a la entrada de la antena es la suma de las corrientes por los dos dipolos activos, el vertical y el horizontal. Por su parte el vector de radiación es igualmente la superposición de los vectores de radiación de ambas Yagis.

$$\vec{l}_{ef \text{ máx}} = \frac{1}{I_v + I_h} (N_x \hat{x} + N_z \hat{z}) = \frac{1}{I_h (1 + j)} \frac{\lambda}{\pi} FA \left( \phi = \frac{\pi}{2} \right) I_h (\hat{x} + j\hat{z})$$

Simplificando y sustituyendo el valor de  $FA_{\max}$ , resulta  $\vec{l}_{ef\ máx} = \frac{\lambda}{\pi} \frac{1.48}{\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}} (\hat{x} + j\hat{z}) m$ .

f) La tensión inducida en el dipolo receptor se calcula como

$$v_{ca}(\alpha) = -\vec{E}_i \cdot \vec{l}_{ef} = -E_0 (\hat{x} + j\hat{z}) \cdot l_{máx} (\cos \alpha \hat{x} + \text{sen } \alpha \hat{z}) = -E_0 l_{máx} (\cos \alpha + j \text{sen } \alpha)$$

por tanto  $|v_{ca}(\alpha)| = cte$ .

## Solución al Problema 2

a) Puesto que  $f/D = 0,4$ , el ángulo  $\beta$  vale:

$$\tan \frac{\beta}{2} = \frac{1}{4 \left( \frac{f}{D} \right)} = \frac{1}{4 \cdot 0,4} \rightarrow \beta = 64^\circ$$

Y el decaimiento debido a la diferencia de caminos:

$$\tau_c(\beta) = 40 \log_{10} \left( \cos \left( \frac{\beta}{2} \right) \right) = -2,9 \text{ dB}$$

Por tanto el decaimiento debido al diagrama de radiación de la antena en el foco será:

$$\tau_d(\beta) = -10 - \tau_c(\beta) = -7,1 \text{ dB} = 0,44$$

En el plano  $XZ$  el diagrama de radiación de la agrupación de bocinas será únicamente el diagrama de radiación de una bocina aislada, ya que el diagrama de la agrupación en ese plano es constante debido a que se trata de una agrupación broadside ( $\alpha = 0$ ). Si miramos en la gráfica del diagrama de campo normalizado de la bocina plano H vemos que para  $s = 3/8 = 0,375$  (bocina plano H óptima) el diagrama vale 0,44 para aproximadamente  $a/\lambda \sin \theta = 1,1$ . Queremos que el diagrama sea 0,44 para  $\theta = \beta$ , es decir, en la dirección angular que lleva al borde del reflector. Por tanto:

$$\frac{a}{\lambda} \sin \beta = 1,1 \rightarrow a = 1,1 \frac{\lambda}{\sin(64^\circ)} = 1,2 \lambda = 45 \text{ mm}$$

Como la bocina es óptima, la relación entre  $a$  y  $L_H$  es:

$$a = \sqrt{3\lambda L_H} \rightarrow L_H = \frac{a^2}{3\lambda} = 0,48 \lambda = 18 \text{ mm}$$

b) En el plano E ( $YZ$ )  $\tau_c(\beta) = -2,9 \text{ dB}$  al igual que en el plano H ( $XZ$ ). Por tanto de nuevo necesitamos que  $\tau_d(\beta) = -7,1 \text{ dB} = 0,44$ . En el plano  $YZ$  el diagrama de radiación será el producto del diagrama de radiación de la apertura elemental, por la transformada de Fourier de la distribución de campo en la boca de la apertura a lo largo del eje  $y$  (pulso rectangular sin error de fase) y por el diagrama de radiación de una agrupación binómica de  $N$  antenas con  $\alpha = 0$  y  $d = 0,3\lambda$  a lo largo del eje  $y$ .

$$\begin{aligned} |\vec{E}| &= \frac{1}{\lambda r} \left( \frac{1 + \cos \theta}{2} \right) |E_0| |F(k_x, a)| |G(k_y, b)| |FA(\Psi_y)| \\ |\vec{E}| &= \frac{1}{\lambda r} \left( \frac{1 + \cos \theta}{2} \right) |E_0| |F(k_x, a)| \left| \text{sinc} \left( \frac{k_y}{2\pi} b \right) \right| \left| 2 \cos \left( \frac{\Psi_y}{2} \right) \right|^{(N-1)} \end{aligned}$$

En el plano  $XY$ :

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\pi}{2} \\ k_x &= 0 \\ k_y &= k \sin \theta \\ \frac{k_y}{2\pi} b &= \frac{k \sin \theta}{2\pi} b = \frac{b}{\lambda} \sin \theta = 0,254 \sin \theta \\ \Psi_y &= k_y d + \alpha = k \sin \theta 0,3 + 0 = 0,6\pi \sin \theta \end{aligned}$$

$$|\vec{E}|_{YZ} = \frac{1}{\lambda r} \left( \frac{1 + \cos \theta}{2} \right) |E_0| |F(0, a)| |\text{sinc}(0,254 \sin \theta)| 2^{(N-1)} |\cos(0,3\pi \sin \theta)|^{(N-1)}$$

$$d_{YZ}(\theta) = \frac{|\vec{E}|_{XY}(\theta)}{|\vec{E}|_{max}} = \left( \frac{1 + \cos \theta}{2} \right) |\text{sinc}(0,254 \sin \theta)| |\cos(0,3\pi \sin \theta)|^{(N-1)}$$

Queremos conseguir que:

$$\tau_d(\beta) = \sqrt{\frac{D_f(\beta)}{D_f(0)}} = d_{YZ}(\theta = \beta) = 0,44$$

Por tanto:

$$d_{YZ}(\beta) = \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) |\text{sinc}(0,254 \sin \beta)| |\cos(0,3\pi \sin \beta)|^{(N-1)} = 0,44$$

$$0,66 \cdot (0,66)^{(N-1)} = 0,44$$

$$0,66^N = 0,44$$

$$N \log(0,66) = \log(0,44)$$

$$N = 1,98$$

Y tomando el número entero más próximo, el número de bocinas que hará que el decaimiento en bordes sea lo más próximo posible a 10 dB es  $N = 2$ .

Se podría haber despreciado en la solución de este apartado el efecto del diagrama de la apertura elemental y del diagrama de la bocina ya que ambos son poco directivos.

En ese caso, la solución hubiera sido:

$$d_{YZ}(\beta) \simeq |\cos(0,3\pi \sin \beta)|^{(N-1)} = 0,44$$

$$(0,66)^{(N-1)} = 0,44$$

$$(N-1) \log(0,66) = \log(0,44)$$

$$N = 2,98 \rightarrow N = 3$$

c) La directividad de la antena será:

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} \pi \left( \frac{D}{2} \right)^2 \eta_{il} \eta_s$$

Puesto que el 15% de la potencia radiada por la antena que hay en el foco no incide en el reflector, sabemos que la eficiencia de desbordamiento es  $\eta_s = 0,85$ . Por otro lado, si miramos en la gráfica, vemos que para un pedestal de  $C = -10 \text{ dB} = 0,32$ , la eficiencia de iluminación es de aproximadamente 0,92. Y queremos conseguir que la directividad sea de 30 dB. Por tanto:

$$10^{\frac{30}{10}} = 1000 = \frac{4\pi}{\lambda^2} \pi \left( \frac{D}{2} \right)^2 \cdot 0,92 \cdot 0,85 \rightarrow D = 42,7 \text{ cm}$$

d) Suponiendo que el campo en la apertura del reflector es uniforme ( $\eta_{il} = 1$ ), la directividad sin bloqueo sería:

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} \pi \left( \frac{D}{2} \right)^2 \eta_s$$

Y teniendo en cuenta el bloqueo que producen las dos bocinas del foco (cada una de tamaño  $a \cdot b$ ):

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left( \pi \left( \frac{D}{2} \right)^2 - 2a \cdot b \right) \eta_s = \frac{4\pi}{\lambda^2} \pi \left( \frac{D}{2} \right)^2 \eta_s \eta_b$$

Despejando:

$$\eta_b = \frac{\pi \left( \frac{D}{2} \right)^2 - 2a \cdot b}{\pi \left( \frac{D}{2} \right)^2} = 0,994$$

Con lo que la directividad quedará:

$$D = 1000 \cdot \eta_b = 994 = 29,97 \text{ dB}$$