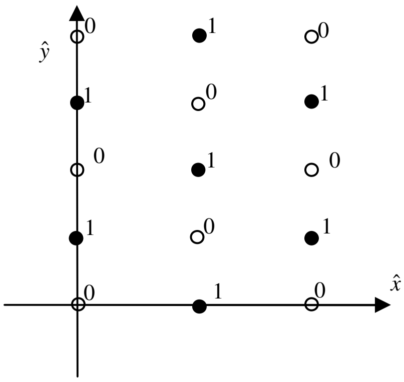
ENERO 2005 PROBLEMA 2. Versión corregida

El objetivo de este problema es analizar una agrupación plana de 7 aperturas hexagonales uniformes alimentadas con la misma amplitud y fase, con polarización vertical calculando los diagramas de radiación de la agrupación, de las aperturas y del conjunto. La frecuencia es 10 GHz. El lado del hexágono es 3 cm

a) (1p). Demuestre que el polinomio p(z,w) de la agrupación plana de 3x5 antenas indicada en la figura es $p(z,w) = z + w(1+z^2) + w^2 z + w^3(1+z^2) + w^4 z$. Indique los valores de z, w en función de los espaciados y las fases progresivas.



b) (1p). Para analizar el diagrama de radiación en el plano XZ, se puede simplificar el polinomio, dando a k_y el valor $k_y = k\sin\theta\sin\phi = 0$. Escriba el polinomio $p_1(z)$ y calcule sus ceros.

c) (1p). Obtenga el Factor de la agrupación FA_x correspondiente al polinomio $p_1(z)$. Represente gráficamente el diagrama de la agrupación de elementos isotrópicos utilizando el método gráfico.

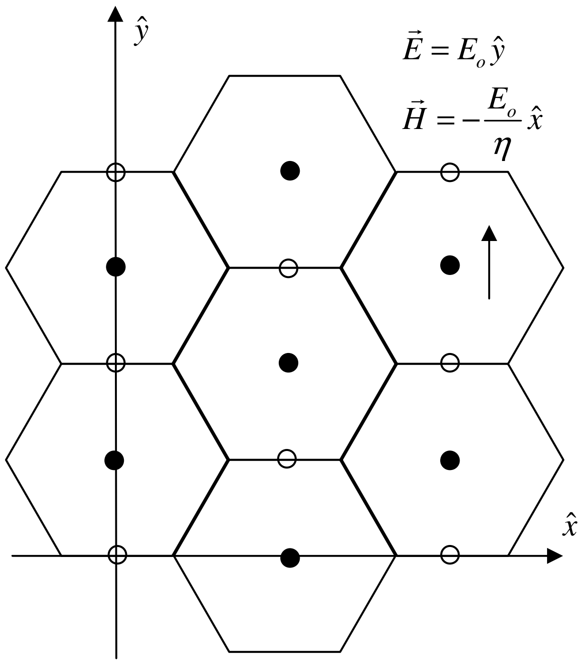
d) (1p). Calcule la Directividad de una apertura hexagonal de lado lado 3 cm.

e) (2p). Obtenga una expresión para el diagrama de radiación plano H de una apertura hexagonal.

f) (2p). Represente gráficamente el diagrama plano H para una apertura aislada.

g) (2p) Represente gráficamente el diagrama en el plano XZ de la antena teniendo en cuenta el efecto de la apertura y de la agrupación.

.

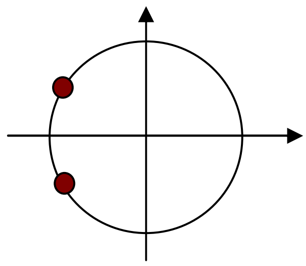


a) **POLINOMIO DE ARRAY**. Para escribir el polinomio de array, a partir de la figura se puede escribir:

$$p(z,w) = z + w\left(1+z^2\right) + w^2 z + w^3\left(1+z^2\right) + w^4 z$$

b) **POLINOMIO DE ARRAY, w=1**. Para escribir el polinomio de array p(z)

$$p_1(z) = z + \left(1+z^2\right) + z + \left(1+z^2\right) + z = 2 + 3z + 2z^2$$



El polinomio tiene dos ceros sobre el círculo unidad,

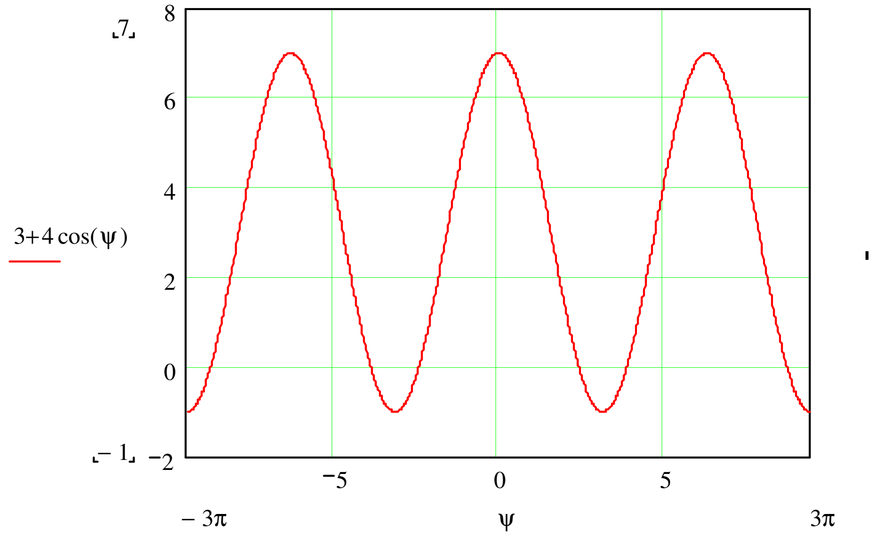
$$z_0 = \frac{-3 \pm \sqrt{9-16}}{4} = -\frac{3}{4} \pm j\frac{\sqrt{7}}{4}$$

b) **FACTOR DE LA AGRUPACIÓN**

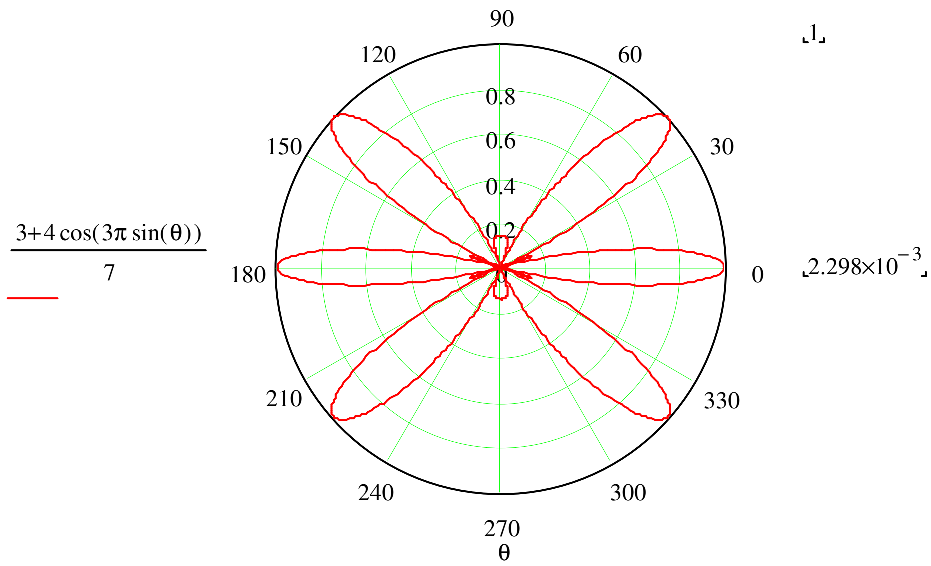
El Factor de la agrupación se puede calcular cambiando la referencia de fases,

$$p'_1(z) = 2z^{-1} + 3 + 2z$$
$$FA(\psi) = 3 + 4\cos\psi$$

La representación gráfica del factor de la agrupación se puede hacer a partir de los ceros del polinomio, o bien a partir de la expresión anterior, sumando una función coseno a una constante



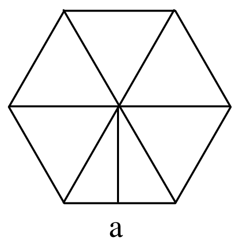
A partir de esta figura se puede representar el diagrama de radiación, sin considerar el efecto de las aperturas. El espaciado es 1.5λ y el margen visible será [-3π,3π].



d) **DIRECTIVIDAD DE UNA APERTURA HEXAGONAL.**

El Área de un hexágono regular de lado a se puede calcular a partir del área de los 6 triángulos equilateros de lado a.

$$A_h = 6\frac{1}{2}\left(a\frac{\sqrt{3}}{2}a\right) = \frac{3}{2}\sqrt{3}a^2$$



La Directividad de la apertura hexagonal es proporcional al área geométrica. La eficiencia es 1.

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2\right) = 6\sqrt{3}\pi$$

e) DIAGRAMA PLANO H. El diagrama de radiación de una apertura hexagonal uniforme, con polarización vertical se puede calcular a partir de las expresiones siguientes

$$E_\theta = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\sin\phi\left(\frac{\eta}{Z_0}\cos\theta+1\right)\iint_{s'} E\left(x',y'\right)e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}dx'dy'$$

$$E_\phi = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\cos\phi\left(\frac{\eta}{Z_0}+\cos\theta\right)\iint_{s'} E\left(x',y'\right)e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}dx'dy'$$

El plano H es el plano XZ, donde

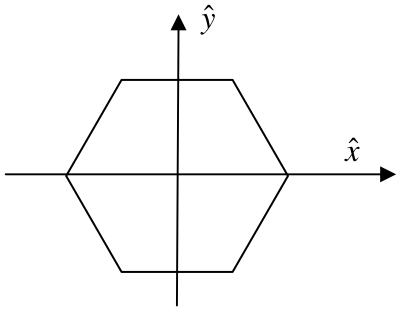
$$k_y = k\sin\theta\sin\phi = 0$$

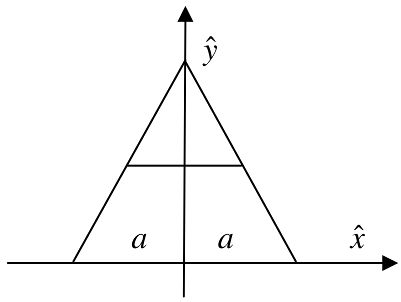
$$k_x = k\sin\theta\cos\phi = k\sin\theta$$

Los campos radiados son proporcionales a la función F(u) siendo dicha función proporcional a la transformada de fourier de la función contorno de la apertura. En el caso del plano H es una función en forma de trapecio,que puede considerarse como la resta de dos triángulos.

$$E_\theta = 0$$

$$E_\phi = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\left(\cos\theta+1\right)\iint_{s'} E_0 e^{jk_x x'}dx'dy' = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\left(\cos\theta+1\right)E_0 F\left(k\sin\theta\right)$$



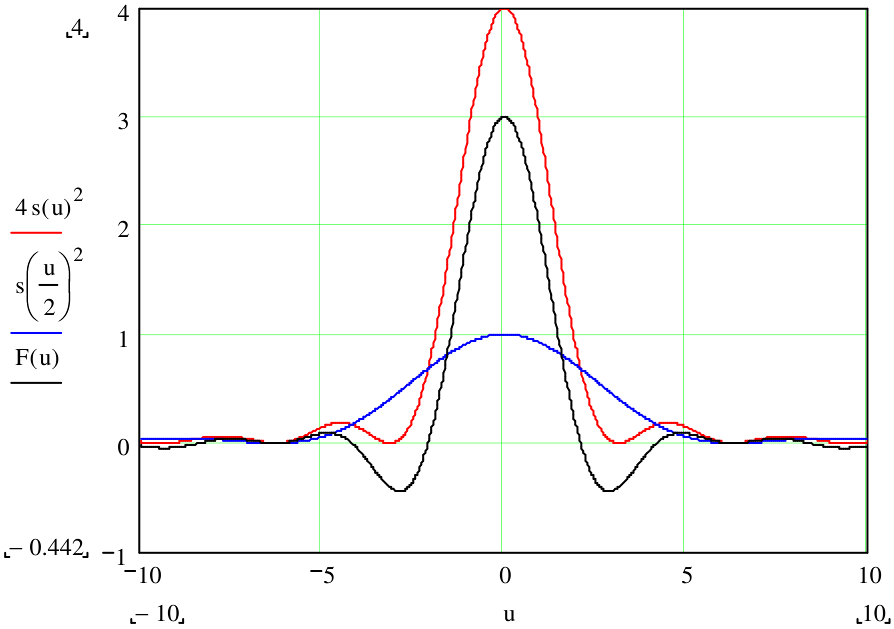


$$F\left(u\right) = 2\left[\frac{1}{2}2a\sqrt{3}a\left(\frac{\sin\left(u\right)}{u}\right)^2 - \frac{1}{2}a\frac{\sqrt{3}}{2}a\left(\frac{\sin\left(\frac{u}{2}\right)}{\frac{u}{2}}\right)^2\right]$$

$$F\left(u\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2\left[4\left(\frac{\sin\left(u\right)}{u}\right)^2 - \left(\frac{\sin\left(\frac{u}{2}\right)}{\frac{u}{2}}\right)^2\right]$$

$$u = \frac{ka\sin\theta}{2}$$

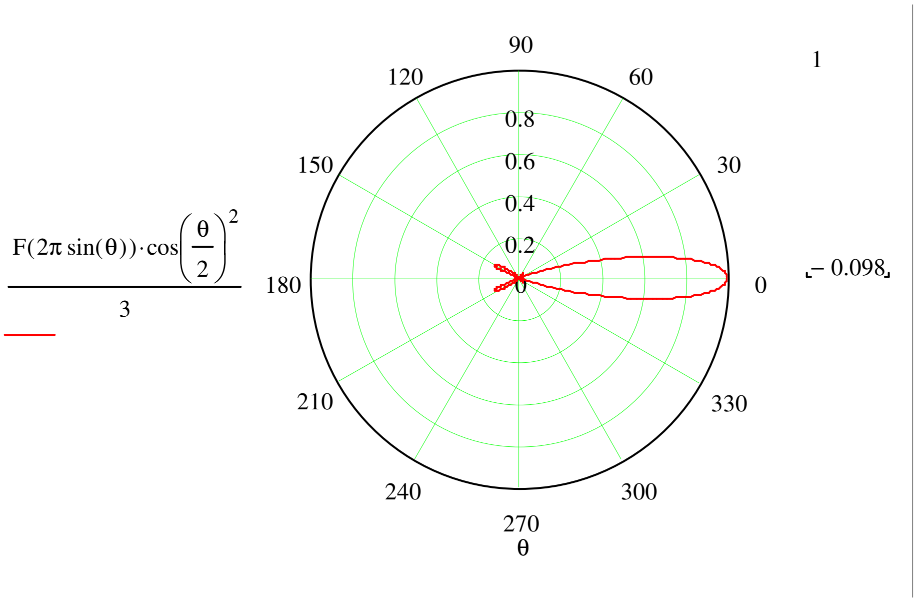
f) GRÁFICO DEL DIAGRAMA PLANO H Para representar gráficamente el diagrama de radiación en el plano H se pueden representar las dos funciones y la diferencia.



Para representar el diagrama en coordenadas polares hay que tener en cuenta el diagrama de la apertura elemental y

$$u = \frac{ka \sin\theta}{2}$$

$$u \in [-2\pi, 2\pi]$$



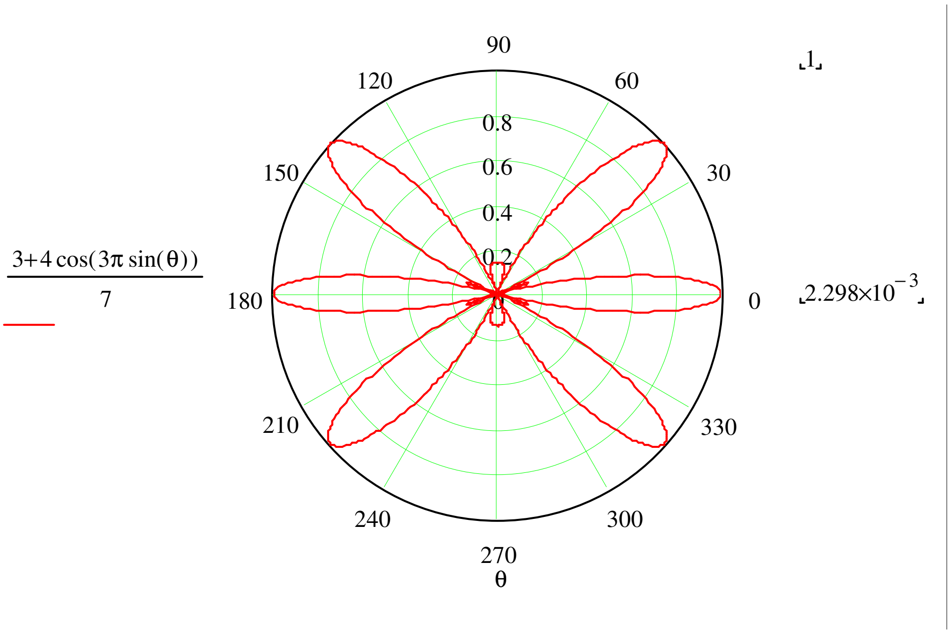
Para representar el diagrama en coordenadas polares hay que tener en cuenta el diagrama de la apertura elemental. El diagrama se representa normalizado al valor máximo.

f) GRÁFICO DEL DIAGRAMA DE LA AGRUPACIÓN DE APERTURAS

Para representar el diagrama teniendo en cuenta la apertura, habría que multiplicar la transformada de Fourier, por el diagrama de la apertura elemental, por el factor de interferencia.

$$E(\theta) = F(2\pi \sin\theta)\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\left(3+4\cos(3\pi\sin\theta)\right)$$

El diagrama debido a la interferencia será



El diagrama total teniendo en cuenta todos los efectos es