

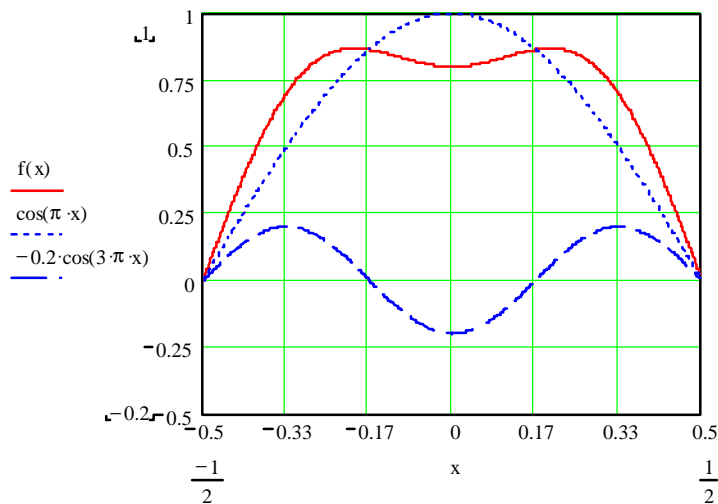
Solución

Tensión captada por el dipolo

La tensión captada por un dipolo inclinado es

$$V_{ca} = -\vec{E}_0 \cdot \vec{l}_{ef} = -10 \left(\cos\left(\frac{\mathbf{p}x}{a}\right) - 0.2 \cos\left(\frac{3\mathbf{p}x}{a}\right) \right) 0.051 \text{ mV}$$

Sólo se captará tensión en la apertura $-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$, la tensión detectada fuera del intervalo será 0. La representación gráfica se puede realizar por superposición de las dos funciones coseno.



Expresión para los campos radiados

Los campos radiados por una apertura rectangular, con polarización vertical son

$$E_q = j \frac{e^{-jkr}}{2l r} \sin \mathbf{f} \left(\frac{\mathbf{h}}{Z_0} \cos \mathbf{q} + 1 \right) \iint_{s'} E(x', y') e^{jk_x x'} e^{jk_y y'} dx' dy'$$

$$E_f = j \frac{e^{-jkr}}{2l r} \cos \mathbf{f} \left(\frac{\mathbf{h}}{Z_0} + \cos \mathbf{q} \right) \iint_{s'} E(x', y') e^{jk_x x'} e^{jk_y y'} dx' dy'$$

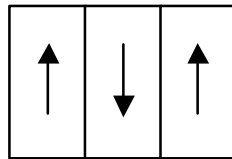
Es necesario calcular la transformada de Fourier bidimensional de los campos. La distribución es separable en el producto de otras dos.

$$\iint_{s'} E(x', y') e^{jk_x x'} e^{jk_y y'} dx' dy' = E_0 F(k_x a) G(k_y b)$$

La transformada de la distribución vertical es

$$G(k_y b) = b \frac{\sin\left(\frac{k_y b}{2}\right)}{\left(\frac{k_y b}{2}\right)}$$

La distribución horizontal se puede considerar como la superposición de las transformadas de las distribuciones coseno. Para el modo TE₃₀ es equivalente a una agrupación de 3 aperturas de dimensión 3 veces más reducida.



$$F(k_x a) = a \frac{\mathbf{p}}{2} \frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{\mathbf{p}}{2}\right)^2 - \left(\frac{k_x a}{2}\right)^2} + 0.2 \frac{a \mathbf{p}}{3} \frac{\cos\left(\frac{k_x a}{6}\right)}{2 \left(\frac{\mathbf{p}}{2}\right)^2 - \left(\frac{k_x a}{6}\right)^2} FA(\mathbf{y}_x)$$

$$FA(\mathbf{y}_x) = \left(e^{-jk_x l} - 1 + e^{jk_x l} \right) = 2 \cos(k_x l) - 1$$

Cálculo de los anchos de haz entre ceros para el modo TE₁₀

Las transformadas para el modos TE₁₀ son de la forma

$$F(u) = a \frac{\mathbf{p}}{2} \frac{\cos(u)}{\left(\frac{\mathbf{p}}{2}\right)^2 - u^2}$$

$$G(v) = b \frac{\sin(v)}{v}$$

El plano E es el plano YZ, el primer cero del diagrama se tiene para

$$v = \frac{k_y b}{2} = \frac{2\mathbf{p} 2l \sin q}{2l} = \mathbf{p}$$

$$\sin q = \frac{1}{2} \quad q = 30^\circ$$

El ancho de haz entre ceros es de 60°

El plano H es el plano XY, el primer cero del diagrama se tiene para el primer nulo de la función.

$$u = \frac{k_x a}{2} = \frac{2p 3l \sin \mathbf{q}}{2l} = \frac{3p}{2}$$

$$\sin \mathbf{q} = \frac{1}{2} \quad \mathbf{q} = 30^\circ$$

El ancho de haz entre ceros es de 60°

Modificación de los parámetros de radiación

El campo radiado tiene mayor amplitud, el modo TE₃₀ contribuye positivamente.

En el plano E no hay cambio en la distribución uniforme, por lo tanto no cambian los anchos de haz, el NLPS, o la eficiencia.

En el plano H la distribución es intermedia entre la uniforme y la coseno. Por lo tanto

- aumenta la eficiencia (estará entre 0.81 y 1)
- disminuye el ancho de haz (el ancho de haz de la uniforme es menor que la función coseno)
- empeora la relación de lóbulo principal a secundario. (estará entre 23.2 y 13.2 dB)

Variación de la tensión recibida por una espira

Los campos en la apertura tendrán polarización vertical

$$\vec{E} = E_o \hat{y} \quad \vec{H} = -H_o \hat{x}$$

El campo radiado tendrá la misma polarización. La señal captada por la espira será máxima cuando el flujo de campo magnético sea máximo. En general la tensión en circuito abierto será proporcional a

$$V_{ca} = -j\omega m \vec{H}_{rad} \cdot \mathbf{p} a^2 \hat{n}$$

$$V_{ca} = j\omega m p a^2 (\hat{x} \cos \mathbf{a} + \hat{y} \sin \mathbf{a}) \cdot \hat{x} = j\omega m p a^2 \cos \mathbf{a}$$

El diagrama de polarización es

