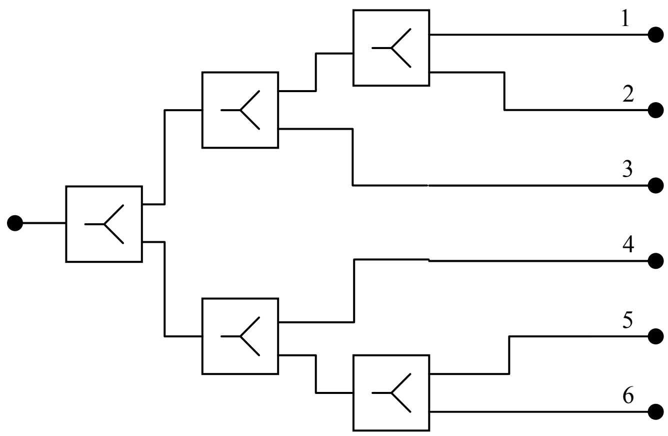
Solución Problema 1

Potencia radiada por cada dipolo y corriente



Teniendo en cuenta que en los divisores de potencia son de –3dB, las señales en las salida, para una potencia de entrada de 16 vatios es, y una impedancia de 50Ω

$W = I^2 R$

	1	2	3	4	5	6
Potencias (vatios)	2	2	4	4	2	2
Corrientes (mA)	200	200	$200\sqrt{2}$	$200\sqrt{2}$	200	200

Polinomio de la agrupación

Normalizando la corriente a la primera antena, el polinomio es

$$p(z) = (1+z) + \left(\sqrt{2}z^2 + \sqrt{2}z^3\right) + \left(+z^4 + z^5\right)$$

$$p(z) = (1+z)\left(1+\sqrt{2}z^2 + z^4\right)$$

Ceros de los polinomios

Hay 5 ceros, el primero corresponden al factor

$$(1+z)$$

$$z_c = -1$$

Y cuatro ceros corresponden a las raíces de la ecuación bicuadrática

$$\left(1+\sqrt{2}z^2+z^4\right)=0 \quad z_c^2=e^{\pm j3\frac{\pi}{4}}$$

$$z_c=e^{\pm j3\frac{\pi}{8}},e^{\pm j7\frac{\pi}{8}}$$

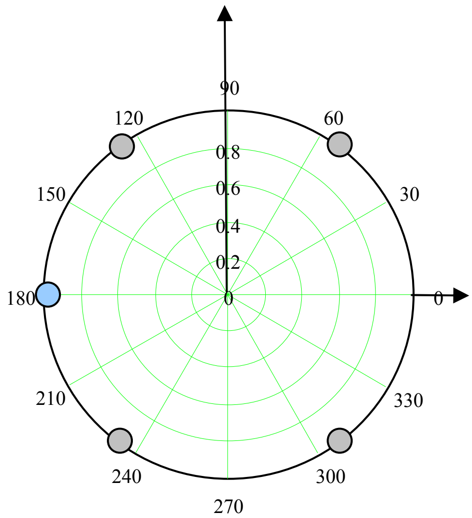


Diagrama de radiación

El factor de array se puede escribir a partir del polinomio

$$p(z)=(1+z)\left(1+\sqrt{2}z^2+z^4\right)$$

$$FA(\psi)=\left(\cos\frac{\psi}{2}\right)\left(\sqrt{2}+2\cos 2\psi\right)$$

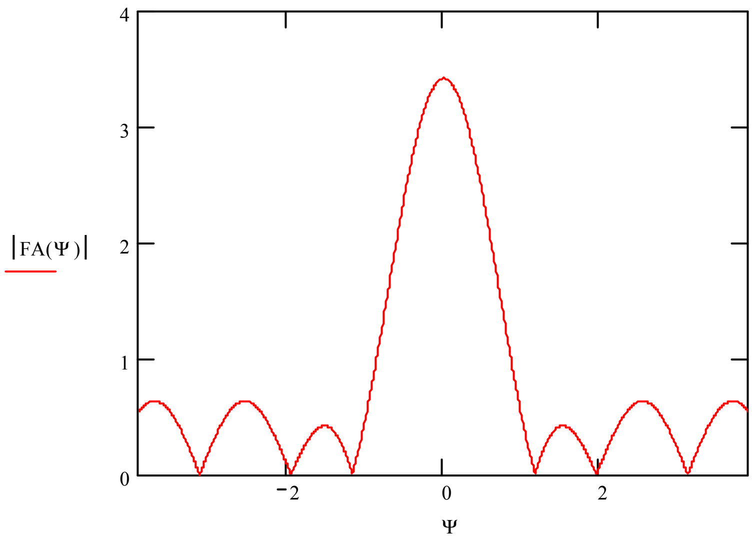
La representación gráfica del diagrama se puede realizar a partir de los ceros o del factor de array

El margen visible es

$$\psi\in\left[-\frac{5\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$$

Los ceros se encuentran en

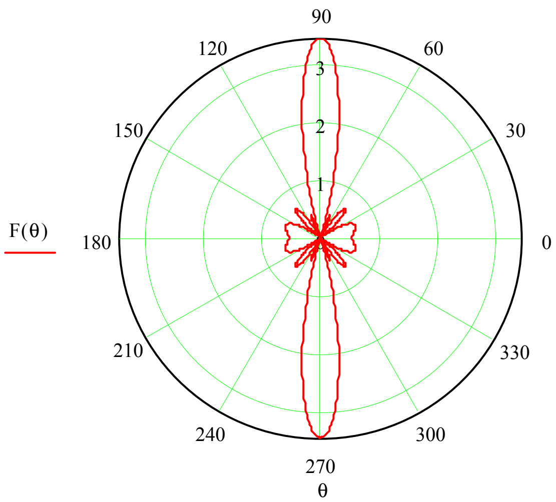
$$\psi_c=\frac{3\pi}{8},\frac{7\pi}{8},\pi,-\frac{3\pi}{8},-\frac{7\pi}{8}$$



La representación gráfica del diagrama se obtiene con la transformación

$$\Psi = kd\cos\theta + \alpha = \frac{5\pi}{4}\cos\theta$$

$$\theta_c = \arccos\left(\frac{4\Psi_c}{5\pi}\right)$$



Los ceros están situados en
36.87º, 45.57º, 72.45º,107.45º,134.32º,143.13º

Cambio de orientación del diagrama

Para conseguir un cambio de orientación es necesario añadir una fase progresiva

$$\Psi = kd\cos\theta + \alpha$$

$$\alpha = -kd\cos\theta_m = -\frac{2\pi}{\lambda}\frac{5\lambda}{8}\cos\left(95^{\circ}\right) = 19,65^{\circ}$$

La longitud de línea necesaria es

$$l = \frac{\alpha}{k} = \frac{-kd\cos\theta_m}{k} = -\frac{5\lambda}{8}\cos\theta_m = 8.17mm$$

Incremento de Longitudes

	1	2	3	4	5	6
Incremento	0	l	2l	3l	4l	5l

Modificación del diagrama de radiación

Para dipolos de longitud de semibrazo H=λ/4, orientados según el eje z, el campo radiado es de la forma

$$E = -j\omega A_\theta \hat{\theta} = j\frac{e^{-jkr}}{r}60I_m\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\hat{\theta}$$

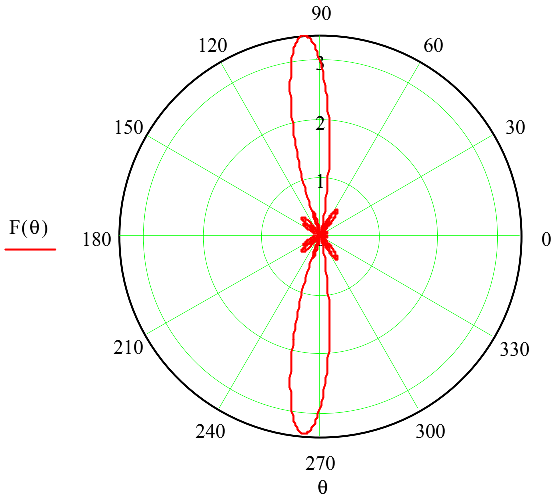
$$H = \frac{E_\theta}{\eta}\hat{\phi}$$

El diagrama de radiación del array se inclina por efecto de la fase progresiva

El efecto en el diagrama de radiación es el siguiente:

Aparición de nulos en la dirección del eje z.
Modificación de los lóbulos secundarios
Ligero aumento de la Directividad
Disminución del ancho de haz a -3 dB

El nuevo diagrama debe mantener la simetría de revolución en torno al eje z.



Campo y densidad de potencia en la base de la antena

En un punto situado a 20 m de la base de la antena, a una distancia r=20$\sqrt{2}$

El ángulo es de 135º.

El campo será

$$E = -j\omega A_\theta \hat{\theta} = j\frac{e^{-jkr}}{r} 60 I_m \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} \hat{\theta} FA\left(kd\cos\frac{3\pi}{4} + \alpha\right)$$

$$E = 179 mV / m$$

La densidad de potencia incidente es

$$P = \frac{E^2}{\eta} = 85 mW / m^2$$