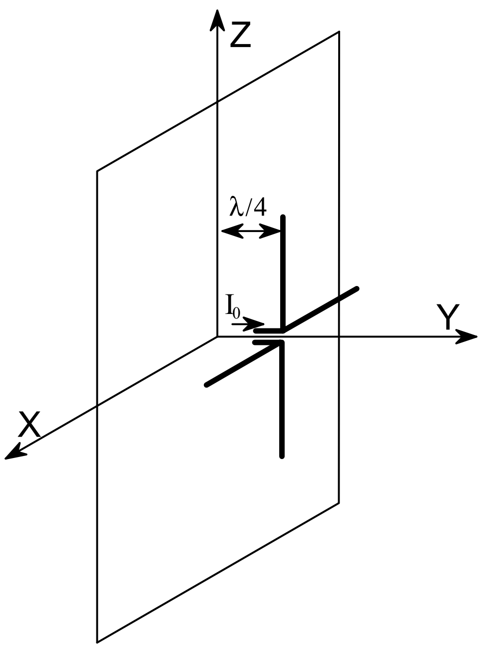
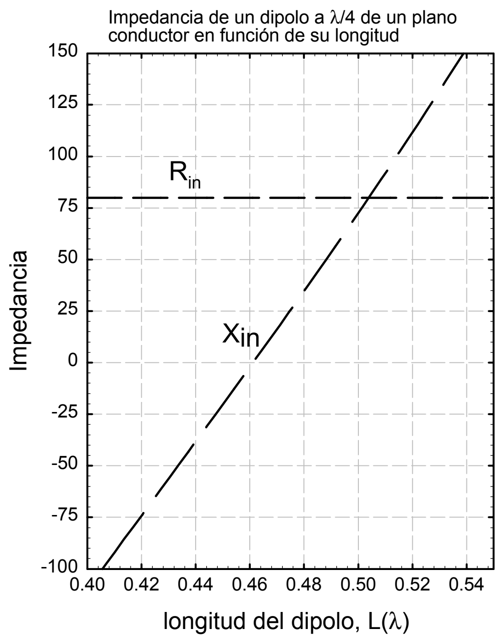
PROBLEMA 1

La antena de la figura está formada por dos dipolos cruzados de longitudes L_1 y L_2. Los dipolos están en un plano paralelo al XZ y a una distancia y = λ/4 de un plano conductor perfecto. Los dipolos están alimentados en paralelo y sus impedancias son tales que la corriente a la entrada de cada uno de ellos es $I_1 = I_0 e^{j\pi/4}$, $I_2 = I_0 e^{-j\pi/4}$.

a) Suponga inicialmente que $L_1 = L_2 = \lambda/2$. Obtenga las expresiones de las componentes E_θ y E_ϕ del campo radiado por la antena completa.
b) Obtenga la expresión del diagrama de radiación en el plano XY y represéntelo gráficamente
c) Calcule la polarización del campo en el plano anterior, para las direcciones ϕ=0º, ϕ=45º, ϕ=90º.
d) Para obtener las corrientes en cuadratura I_1, I_2 se utilizan dos dipolos de distintas longitudes L_1 y L_2. La gráfica adjunta proporciona la impedancia de entrada de un dipolo junto a un plano conductor, en función de la longitud del dipolo. Obtenga las longitudes de los dipolos para conseguir el efecto deseado.
e) Calcule la directividad máxima de la antena





$$\begin{cases} \hat{r} = \operatorname{sen}\theta\cos\phi\,\hat{x} + \operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi\,\hat{y} + \cos\theta\,\hat{z} \\ \hat{\theta} = \cos\theta\cos\phi\,\hat{x} + \cos\theta\operatorname{sen}\phi\,\hat{y} - \operatorname{sen}\theta\,\hat{z} \\ \hat{\phi} = -\operatorname{sen}\phi\,\hat{x} + \cos\phi\,\hat{y} \end{cases}$$

Solución

a) El campo radiado por la antena es la superposición de los campos de los dos dipolos en presencia del plano conductor.

$$\vec{E}_{total} = \left(\vec{E}^v + \vec{E}^h\right) \cdot FA_y(\psi_y)$$

El dipolo vertical en ausencia del plano conductor produce un campo $\vec{E}^v$ cuyas componentes son

$$N_z = 2kI_1 \frac{\cos\left(k_z \frac{L_1}{2}\right)}{k^2 - k_z^2}$$

$$E_\theta^v = j60I_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\operatorname{sen}\theta}$$
$$E_\phi^v = 0$$

El dipolo horizontal en ausencia del plano conductor produce un campo $\vec{E}^h$ cuyas componentes son

$$N_x = 2kI_2 \frac{\cos\left(k_x \frac{L_2}{2}\right)}{k^2 - k_x^2}$$

$$E_\theta^h = -j60I_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\operatorname{sen}\theta\cos\phi\right)}{1-(\operatorname{sen}\theta\cos\phi)^2}\cos\theta\cos\phi$$
$$E_\phi^h = j60I_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\operatorname{sen}\theta\cos\phi\right)}{1-(\operatorname{sen}\theta\cos\phi)^2}\operatorname{sen}\phi$$

Para evaluar la influencia del plano conductor se aplica la teoría de las imágenes, con lo que el campo resultante es

$$\vec{E}_{total} = \left(\vec{E}^v + \vec{E}^h\right) \cdot \left(e^{jk_y \frac{d}{2}} - e^{-jk_y \frac{d}{2}}\right)$$

$$FA_y(\psi_y) = e^{jk_y \frac{d}{2}} - e^{-jk_y \frac{d}{2}} = 2j\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi\right) = 2j\operatorname{sen}\left(\frac{\psi_y}{2}\right)$$

el campo total es

$$E_\theta = \left(E_\theta^v + E_\theta^h\right) \cdot FA(\psi_y)$$
$$E_\phi = E_\phi^h \cdot FA(\psi_y)$$

b) Particularizando en el plano XY (θ = π/2)

<u>dipolo vertical</u>

$$E_\theta^v = j60I_1 \frac{e^{-jkr}}{r}$$
$$E_\phi^v = 0$$

<u>dipolo horizontal</u>

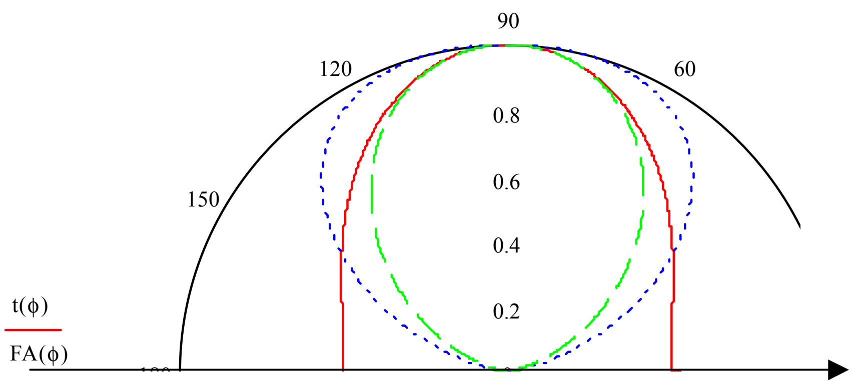
$$E_\theta^h = 0$$
$$E_\phi^h = j60I_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\phi\right)}{\operatorname{sen}\phi}$$

el módulo del campo total es

$$\left|E_t\right|^2 = \left|E_\theta\right|^2 + \left|E_\phi\right|^2 = \left(\frac{60I_0}{r}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\phi\right)}{\operatorname{sen}\phi}\right)^2\right] \cdot \left|FA_y(\phi)\right|^2$$

obtenemos el diagrama como producto del factor de array y el diagrama de la antena aislada. Tomando unos pocos valores se observa que el máximo está en ϕ=π/2 y que el diagrama de la antena aislada carece de nulos

El la gráfica se muestra los diagramas de potencia normalizados, en la región 0<ϕ<π, para el conjunto de los dos dipolo en ausencia del plano conductor (línea continua), el factor de array (línea de puntos) y el producto de ambos (línea a trazos)



c) Para determinar la polarización basta con particularizar en las expresiones anteriores

<u>ϕ = 0º</u>

El dipolo horizontal tiene un nulo de campo en esa dirección.
El dipolo vertical tiene un máximo, sin embargo la presencia del plano conductor impone que el campo tangencial a él sea nulo como pone de manifiesto el nulo del factor de array en esa dirección, $FA_y(\phi=0º) = 0$

<u>ϕ = 45º</u>

la componente vertical

$$E_\theta = E_\theta^v \cdot FA\left(\phi = \frac{\pi}{4}\right) = j60 I_0 e^{j\frac{\pi}{4}} \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot \left(2j \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\right)\right)$$

la componente horizontal

$$E_\phi = E_\phi^h \cdot FA\left(\phi = \frac{\pi}{4}\right) = j60 I_0 e^{-j\frac{\pi}{4}} \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\right)}{1/\sqrt{2}} \cdot \left(2j \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\right)\right)$$

Las componentes tienen distinta amplitud y están desfasadas 90º por lo tanto la polarización es elíptica

<u>ϕ = 90º</u>

$$E_\theta = -120 I_0 e^{j\frac{\pi}{4}} \frac{e^{-jkr}}{r}$$
$$E_\phi = -120 I_0 e^{-j\frac{\pi}{4}} \frac{e^{-jkr}}{r}$$

Las componentes tienen la misma amplitud y están desfasadas 90º por lo que la polarización es circular

d) Para obtener las corrientes indicadas se necesitan dos impedancias con Re(Z)=Im(Z) y además $Z_1 = Z_2^*$

Observando la gráfica seleccionamos Z_1 = 80 +j80 Ω y Z_2 = 80 –j80 Ω, que corresponden a dipolos de longitud $L_1 = 0.504\lambda$ y $L_2 = 0.424\lambda$

e) La directividad máxima se calcula mediante

$$D_{máx} = \frac{P_{máx}}{W_t \,/\, 4\pi r^2} = \frac{\left(\left|E_\theta\right|^2 + \left|E_\phi\right|^2\right)/\,\eta}{R_{in} I_0^2 \,/\, 4\pi r^2}$$

$$\left|E_\theta\right|^2 = \left|E_\phi\right|^2 = 120\frac{I_0}{r} \qquad\qquad D = \frac{2\left(\dfrac{120 I_0}{r}\right)^2/\,\eta}{80 I_0^2} 4\pi r^2 = 12 \quad (10.8\ dB)$$