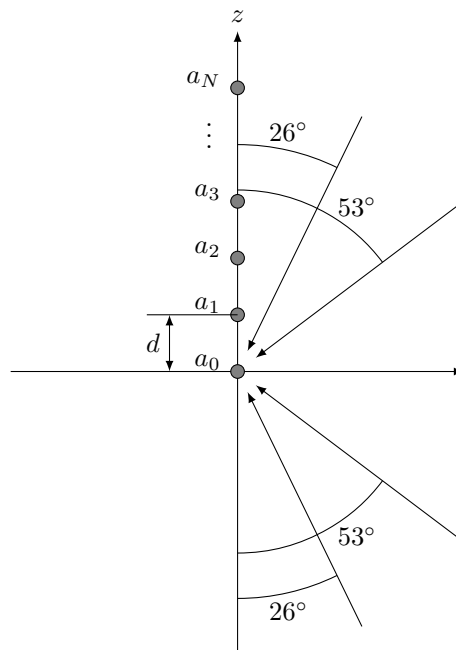


Problema 1

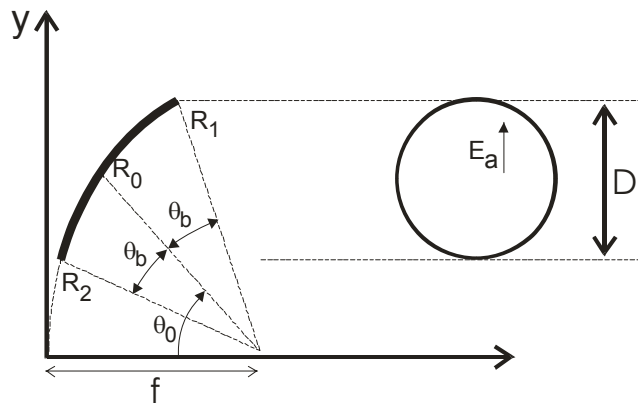
Se desea diseñar una agrupación lineal de antenas a lo largo del eje z como el que se muestra en la figura. El diagrama de radiación de la agrupación debe ser máximo en la dirección $\theta = \pi/2$. El ancho de haz entre ceros del lóbulo principal se quiere que sea de 34° . La separación entre antenas se elige $d = \lambda/2$. Para evitar varias señales interferentes, se debe conseguir que el diagrama de radiación de la agrupación sea nulo en las direcciones que se muestran en la figura.



- Determine la posición de los nulos del diagrama de radiación en θ y en Ψ . (2 puntos)
- Obtenga una expresión para el polinomio de la agrupación $p(z)$. (2 puntos)
- Indique cuál debe ser la corriente (módulo y fase) de cada una de las antenas de la agrupación, sabiendo que la primera antena se alimenta con una corriente de 10 mA. (2 puntos)
- Dibuje de forma aproximada el diagrama de radiación de la agrupación en los planos XY y XZ . (2 puntos)
- Calcule la directividad máxima del diagrama de la agrupación. (2 puntos)

PROBLEMA 2

Un reflector Offset, con la geometría y proyección de la figura, se alimenta a 10 GHz con una bocina en su foco



Datos:

$$\theta_0 = 30^\circ$$

$$\theta_b = 20^\circ$$

$$f = 1 \text{ m}$$

a) Obtenga el diámetro de la apertura proyectada y las coordenadas del centro de dicha apertura. (2 puntos)

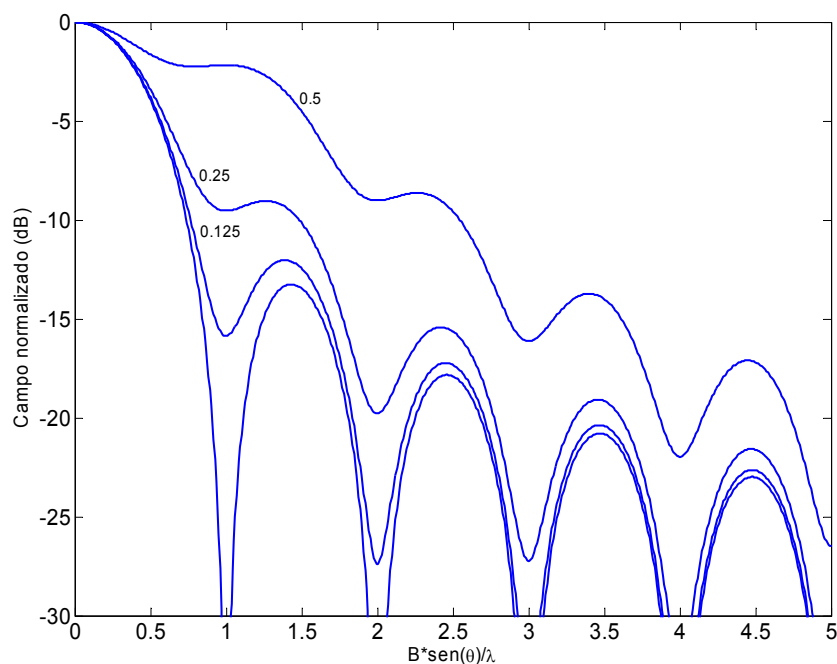
b) Calcule la diferencia de iluminación entre el borde superior y el inferior como consecuencia de la diferencia de caminos (2 puntos)

c) El haz principal del alimentador se puede aproximar como $d_{\text{alim}}(\theta) = -12 \left(\frac{\theta - \theta_0}{\Delta\theta_{-3dB}} \right)^2$ (dB).

Calcule $\Delta\theta_{-3dB}$ en el plano E del alimentador, para que al situarlo en el foco resulte un reflector con una iluminación del **borde superior** de -12 dB respecto a la del centro. (2 puntos)

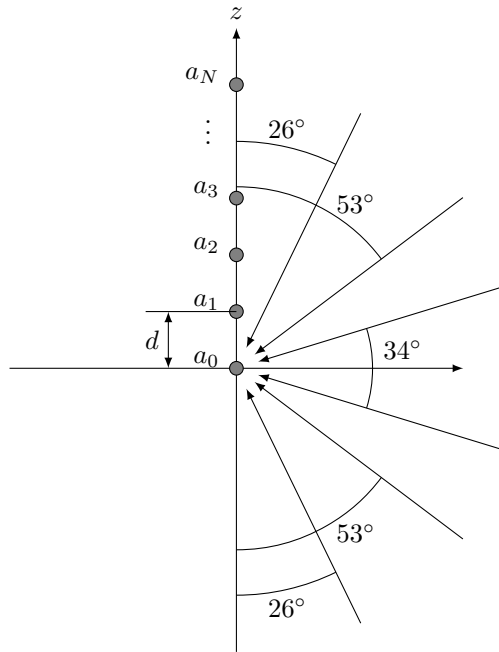
d) Obtenga las dimensiones en plano E de una bocina óptima con el $\Delta\theta_{-3dB}$ obtenido en el apartado anterior. (2 puntos)

e) Si el campo en la apertura proyectada se aproxima por una distribución triangular $E_a(\rho) = E_0 \left(1 - \frac{\rho}{D/2} \right)$, obtener la eficiencia de iluminación y la directividad, despreciando las pérdidas por desbordamiento. (2 puntos)



Solución al Problema 1

- a) Para cumplir con las especificaciones de diseño los nulos del diagrama de radiación han de quedar tal y como se muestra en la figura siguiente.



De esta forma se eliminan las señales interferentes y el lóbulo principal está centrado en $\theta = \pi/2$ y con un ancho de haz entre nulos de 34° .

Por tanto la posición de los nulos en θ es:

$$\theta_c = [26^\circ, 53^\circ, 73^\circ, 107^\circ, 127^\circ, 154^\circ]$$

Y en Ψ :

$$\Psi = kd \cos \theta + \alpha$$

Para que el máximo esté en $\theta = \pi/2$, α debe ser 0. Además $d = \lambda/2$ Por tanto:

$$\Psi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{2} \cos \theta + 0 = \pi \cos \theta$$

Finalmente:

$$\Psi_c = [\pi \cos 26^\circ, \pi \cos 53^\circ, \pi \cos 73^\circ, \pi \cos 107^\circ, \pi \cos 127^\circ, \pi \cos 154^\circ]$$

$$\Psi_c = [0, 9\pi, 0, 6\pi, 0, 3\pi, -0, 3\pi, -0, 6\pi, -0, 9\pi]$$

- b) A partir de los nulos del diagrama en Ψ la expresión del polinomio es inmediata:

$$p(z) = \prod_i (z - z_{c_i}) = (z - e^{j0,9\pi}) (z - e^{-j0,9\pi}) (z - e^{j0,6\pi}) (z - e^{-j0,6\pi}) (z - e^{j0,3\pi}) (z - e^{-j0,3\pi})$$

Teniendo en cuenta que $(z - e^{j\phi}) (z - e^{-j\phi}) = z^2 - 2 \cos \phi z + 1$:

$$p(z) = (z^2 - 2 \cos(0,9\pi) z + 1) (z^2 - 2 \cos(0,6\pi) z + 1) (z^2 - 2 \cos(0,3\pi) z + 1)$$

$$p(z) = (z^2 + 1,9z + 1) (z^2 + 0,6z + 1) (z^2 - 1,2z + 1)$$

$$p(z) = (z^4 + 2,5z^3 + 3,14z^2 + 2,5z + 1) (z^2 - 1,2z + 1)$$

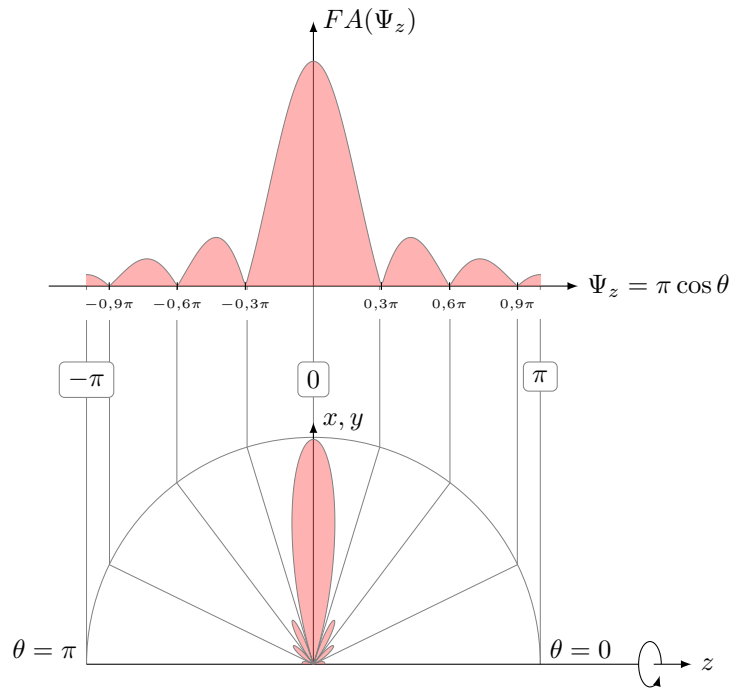
$$p(z) = z^6 + 1,3z^5 + 1,14z^4 + 1,23z^3 + 1,14z^2 + 1,3z + 1$$

- c) Las corrientes de alimentación de cada una de las antenas de la agrupación son $I_n = a_n e^{j\alpha} I_0$, donde a_n son los coeficientes del polinomio, α es el desfase progresivo, e I_0 es la corriente de alimentación de la primera antena de la agrupación (10 mA).

Como la agrupación es broadside (máximo en la dirección perpendicular al eje de la agrupación), $\alpha = 0$. Y los coeficientes a_n son los del apartado anterior:

n	0	1	2	3	4	5	6
a_n	1	1,3	1,14	1,23	1,14	1,3	1
$I_n = a_n e^{j\alpha} I_0$	10 mA	13 mA	11,4 mA	12,3 mA	11,4 mA	13 mA	10 mA

d) Sabiendo la posición de los nulos del diagrama de la agrupación, lo podemos dibujar de forma aproximada con el método gráfico.



El diagrama de la figura anterior es el diagrama en los planos XZ o YZ . En el plano XY el diagrama es omnidireccional.

e) Como la separación entre elementos de la agrupación es $d = \lambda/2$, la directividad de la agrupación se puede calcular de la siguiente forma:

$$D = \frac{\left| \sum_{n=0}^{N-1} a_n \right|^2}{\sum_{n=0}^{N-1} |a_n|^2} = \frac{|1 + 1,3 + 1,14 + 1,23 + 1,14 + 1,3 + 1|^2}{1 + 1,3^2 + 1,14^2 + 1,23^2 + 1,14^2 + 1,3^2 + 1} = 6,9 = 8,4 \text{ dB}$$

PROBLEMA 2

a) Como $y = 2f \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$, el diámetro de la apertura lo podemos calcular como

$$D = y_1 - y_2 = 2f \tan\left(\frac{\theta_0 + \theta_b}{2}\right) - 2f \tan\left(\frac{\theta_0 - \theta_b}{2}\right) = 0.7576 \text{ m}$$

El centro de la apertura será $y_a = \frac{y_1 + y_2}{2} = 0.5538 \text{ m}$

Nótese que $y_0 = 2f \tan\left(\frac{\theta_0}{2}\right)$ es una coordenada ligeramente distinta al centro de la apertura que acabamos de obtener. Esto es debido a la curvatura del reflector.

b) Para calcular la diferencia de nivel debido a propagación debemos tener en cuenta que el campo es inversamente proporcional a la distancia: $E \propto \frac{1}{\rho}$, siendo $\rho = \frac{f}{\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$.

Por tanto, $\tau_{1,2}^{caminos} = 20 \log\left(\frac{1/\rho_1}{1/\rho_2}\right) = -1.64 \text{ dB}$

c) El nivel en el borde superior respecto al centro, se compone de dos contribuciones, la debida a la propagación más la debida a la diferente iluminación del alimentador en ambos puntos:

$$\tau_{1,0} = \tau_{1,0}^{caminos} + \tau_{1,0}^{diagrama} = -12 \text{ dB}$$

$$\tau_{1,0}^{caminos} = 20 \log\left(\frac{1/\rho_1}{1/\rho_0}\right) = -1.1 \text{ dB}$$

De donde la contribución del diagrama debe ser

$$\tau_{1,0}^{diagrama} = d_{alim}(\theta_0 + \theta_b) = -10.9 \text{ dB}$$

Despejando el ancho de haz en la expresión del diagrama del alimentador obtenemos, $\Delta\theta_{-3dB} = 21^\circ$

d) La bocina es óptima y por tanto $s=1/4$. En la gráfica correspondiente, identificamos la abcisa que corresponde a una ordenada de -3 dB en la gráfica de $s=1/4$. El valor que obtenemos es $\frac{b}{\lambda} \sin\left(\frac{\Delta\theta_{-3dB}}{2}\right) = 0.5$, de donde $b = 2.7\lambda$ y $R_E = 3.5\lambda$.

e) La eficiencia de iluminación se calcula como

$$\eta_{il} = \frac{1}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} \frac{\left[\int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} \left(1 - \frac{r}{D/2}\right) r dr d\phi \right]^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} \left(1 - \frac{r}{D/2}\right)^2 r dr d\phi} = 0.66$$

y la directividad, asumiendo una eficiencia de desbordamiento del 100%, se obtiene como

$$D_{reflector} = 10 \log \left(\frac{4\pi}{\lambda^2} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \eta_{il} \eta_s \right) = 36.2 \text{ dB}$$