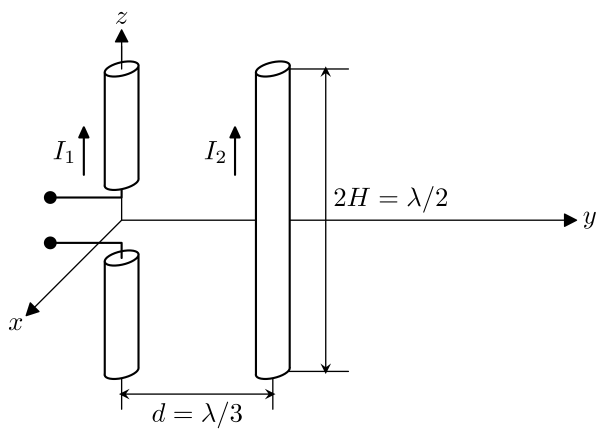
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

ANTENAS

11 de abril de 2006

Problema 1

La antena Yagi de la figura está formada por dos dipolos de semibrazo $H = \lambda/4$. El dipolo 1 (activo) se alimenta con una corriente I_1, mientras que el dipolo 2 (parásito) está cortocircuitado, y por él circula una corriente I_2. Ambos dipolos están orientados de forma que son paralelos entre sí y paralelos al eje z. El dipolo 1 está situado en el origen de coordenadas, y el dipolo 2 está separado una distancia $d = \lambda/3$ a lo largo del eje y, tal y como se muestra en la figura.



La autoimpedancia de ambos dipolos es $z_{11} = z_{22} = 73 + j\,43\,\Omega$, mientras que la impedancia mútua es

$$z_{21} = 21,5 - j36,5\,\Omega = -j\,\frac{z_{11}}{2}$$

Para la antena Yagi, obtenga:

a) La relación entre las corrientes de alimentación de los dos dipolos, I_2/I_1 (2 puntos)

b) La impedancia de entrada (2 puntos)

c) Campo eléctrico radiado (2 puntos)

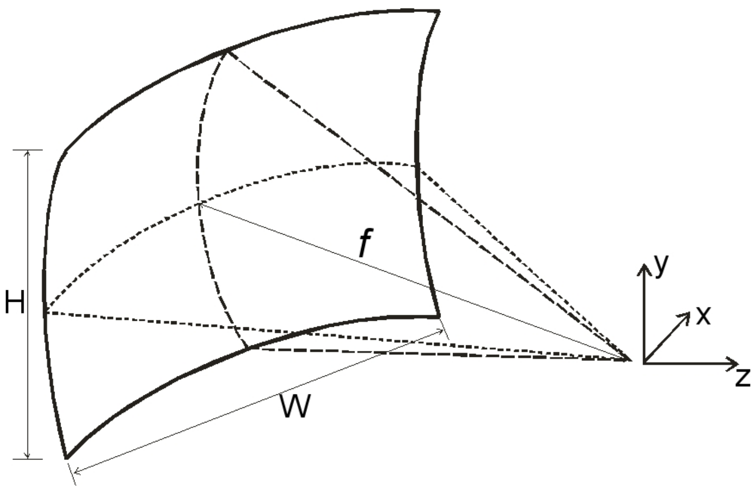
d) La relación delante/atrás (2 puntos)

e) La directividad máxima (2 puntos)

Problema 2

La figura representa un reflector parabólico cuya apertura equivalente es un rectángulo de dimensiones $H \times W$. La relación f/D es 1 en ambos planos principales y se alimenta con una bocina piramidal situada en el foco del paraboloide. La bocina se supone lo suficientemente larga para despreciar el error de fase en su apertura.

La frecuencia de trabajo es f_0=10 GHz. La distancia focal es $f = 5\lambda_0$.



a) Determine las dimensiones de la apertura de la bocina de modo que el nivel en bordes en ambos planos principales sea de -10 dB. Oriente la bocina de modo que la polarización de la misma sea $\hat{y}$. **Describa** el procedimiento seguido. (3 puntos)

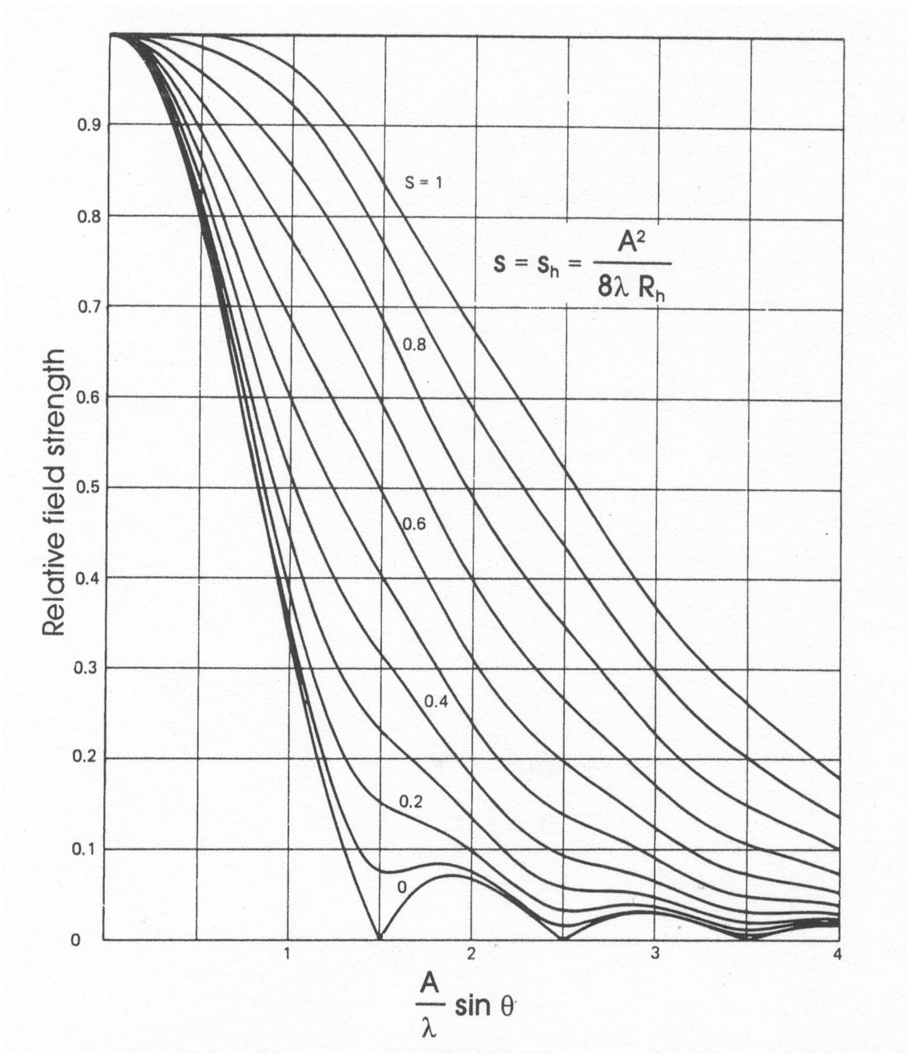
b) Calcule la directividad de la bocina. (1 punto)

c) Calcule el campo máximo E_0 en la apertura de la bocina sabiendo que la potencia total aplicada a la bocina es W_{in}=1 W y que la eficiencia de radiación es del 95 %. (2 puntos)

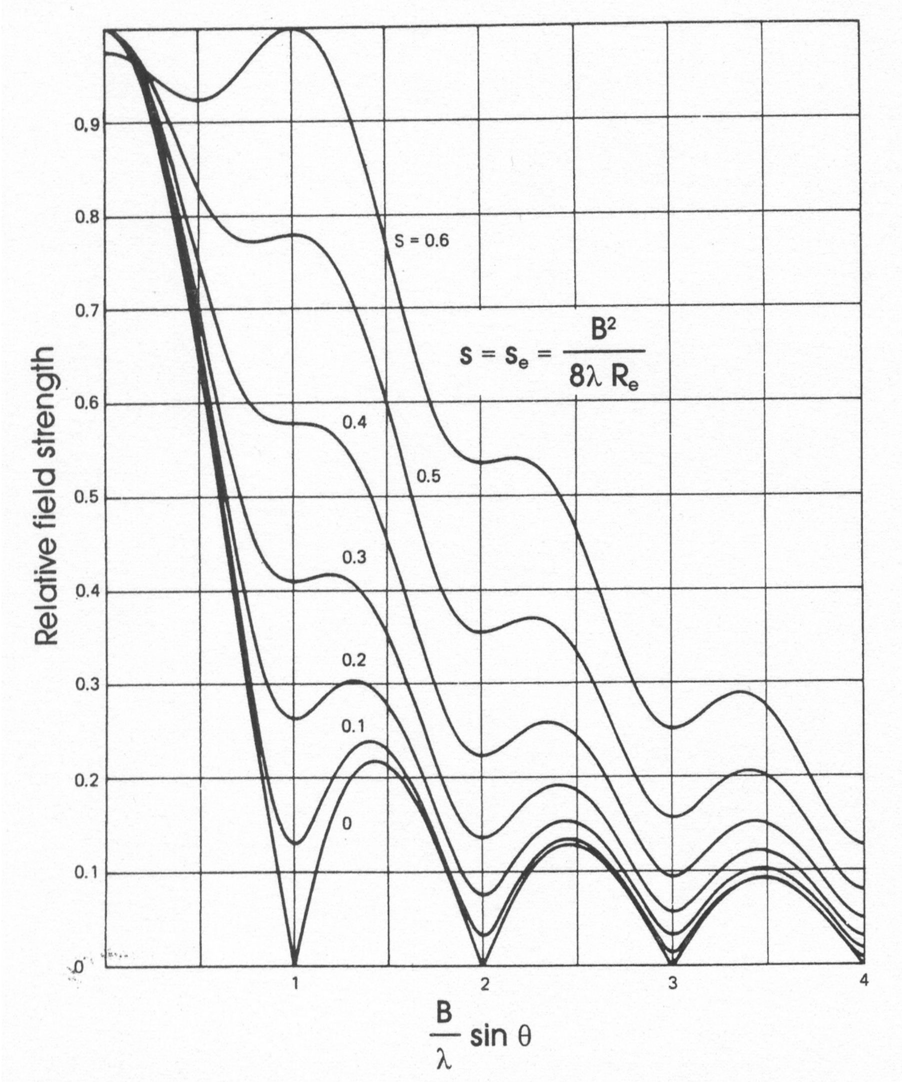
La bocina produce un bloqueo en la apertura del reflector al interceptar parte de la onda plana reflejada en él. Dicha intercepción da lugar por otra parte a un aumento del coeficiente de reflexión de la bocina respecto al que tendría funcionando en espacio libre. Se trata de estimar dicho coeficiente de reflexión. Para ello suponga en primera aproximación que el coeficiente de reflexión de la bocina en espacio libre es nulo.

d) Calcule la densidad de potencia incidente en el centro del reflector, supuesto en campo lejano de la bocina. (2 puntos)

e) Estime la porción de potencia reflejada por el reflector que es interceptada por la bocina y el coeficiente de reflexión de ésta, definido como $\Gamma = W_{ref}/W_{rad}$ (2 puntos)



(a) Diagramas normalizados Plano H



(b) Diagramas normalizados Plano E

Solución al Problema 1

a) La relación entre las corrientes de alimentación de los dipolos la podemos obtener planteando las ecuaciones que relacionan tensiones y corrientes de alimentación mediante parámetros de impedancias:

$$V_1 = z_{11}\, I_1 + z_{12}\, I_2$$
$$V_2 = z_{21}\, I_1 + z_{22}\, I_2$$

Como los dos dipolos son de la misma longitud, $z_{22} = z_{11}$. Por otro lado, una consecuencia del teorema de reciprocidad es la igualdad de impedancias mútuas. Por tanto $z_{21} = z_{12}$.

$$V_1 = z_{11}\, I_1 + z_{12}\, I_2$$
$$V_2 = z_{12}\, I_1 + z_1\, I_2$$

Como el segundo dipolo está cortocircuitado, $V_2 = 0$:

$$0 = z_{12}\, I_1 + z_{11}\, I_2 \rightarrow I_2 = -\frac{z_{12}}{z_{11}}\, I_1$$

$$\frac{I_2}{I_1} = -\frac{z_{12}}{z_{11}} = -\frac{-jz_{11}/2}{z_{11}} = \frac{j}{2}$$

b) La impedancia de entrada se puede calcular de la siguiente forma:

$$z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{z_{11}\, I_1 + z_{12}\, I_2}{I_1} = z_{11} + z_{12}\frac{I_2}{I_1} = z_{11} + z_{12}\frac{j}{2}$$

$$z_{in} = z_{11} + \frac{j}{2}\,(-j\frac{z_{11}}{2}) = z_{11}\left(1 + \frac{1}{4}\right)$$

$$z_{in} = (73 + j43)\frac{5}{4} = 91,25 + j53,75\Omega$$

c) El campo eléctrico radiado por la antena será el producto del campo eléctrico radiado por un dipolo de brazo $H = \lambda/4$ por el factor de agrupación:

$$\vec{E} = \vec{E}_{\lambda/4} \cdot FA$$

donde:

$$\vec{E}_{\lambda/4} = j\frac{60\, I_1}{r}\, e^{-jkr}\, \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\,\hat{\theta}$$

$$FA = 1 + \frac{I_2}{I_1}\, e^{jk_y d} = 1 + \frac{j}{2}\, e^{jk\sin\theta\sin\phi\frac{\lambda}{3}}$$

$$FA = 1 + \frac{j}{2}\, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta\sin\phi\frac{\lambda}{3}} = 1 + \frac{j}{2}\, e^{j\frac{2\pi}{3}\sin\theta\sin\phi}$$

Finalmente:

$$\vec{E} = \vec{E}_{\lambda/4} \cdot FA = j\frac{60\, I_1}{r}\, e^{-jkr}\, \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\,\hat{\theta}\,\left(1 + \frac{j}{2}\, e^{j\frac{2\pi}{3}\sin\theta\sin\phi}\right)$$

d) La relación delante/atrás es la relación entre lo que radia la antena en la dirección de máxima radiación (delante) y lo que radia en la dirección opuesta (atrás). En el caso de la antena Yagi del problema, el dipolo radia con mayor intensidad en el plano XY. Veamos cuál es la dirección de máxima radiación del factor de agrupación en el plano XY:

$$\begin{aligned}
|FA|_{\theta=\pi/2} &= |1 + \frac{j}{2}\, e^{j\frac{2\pi}{3}\sin\phi}| \\
&= \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{3}\sin\phi\right)\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\sin\phi\right)\right)^2} \\
&= \sqrt{\frac{5}{4} - \sin\left(\frac{2\pi}{3}\sin\phi\right)}
\end{aligned}$$

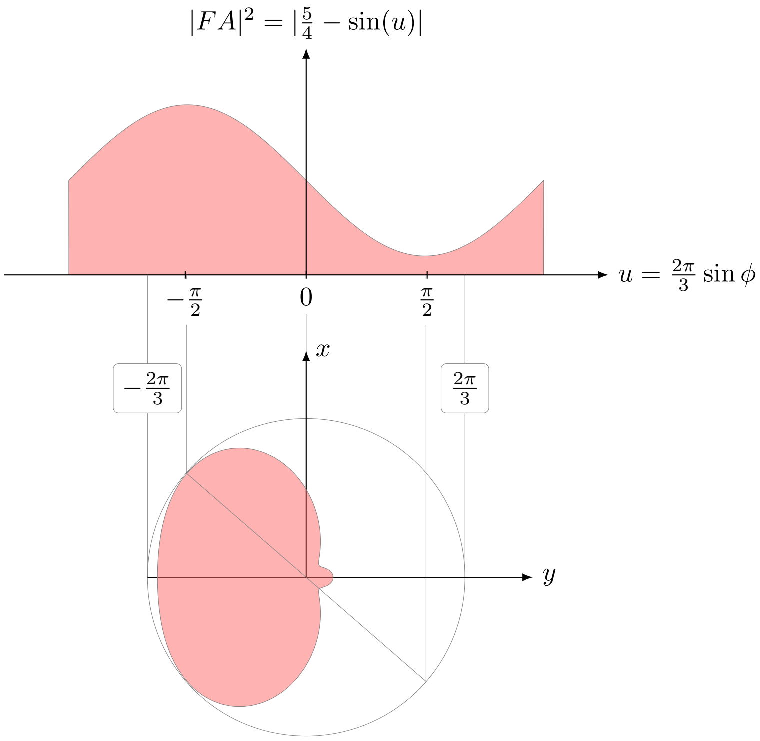


Figura 1: Diagrama de la agrupación obtenido mediante el método gráfico

En la figura 1 se ha representado el diagrama de radiación de la agrupación en el plano XY. Se puede observar que el máximo del diagrama se produce para $u = -\pi/2$, o lo que es lo mismo, para $\phi = 139°$. Por tanto esa es la dirección de máxima radiación (delante). Así la relación delante/atrás será la relación entre lo que radia la antena en la dirección ($\theta = 90°$, $\phi = 139°$) y lo que radia en la dirección opuesta, es decir, en ($\theta = 90°$, $\phi = 139° + 180° = 319°$):

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{A}} &= \frac{|\vec{E}_{\lambda/4} \cdot FA|_{\theta=90°,\,\phi=139°}}{|\vec{E}_{\lambda/4} \cdot FA|_{\theta=90°,\,\phi=319°}} = \frac{|FA|_{\theta=90°,\,\phi=139°}}{|FA|_{\theta=90°,\,\phi=319°}} \\ &= \frac{\sqrt{\frac{5}{4} - \sin(u)}\Big|_{u=-\pi/2}}{\sqrt{\frac{5}{4} - \sin(u)}\Big|_{u=\pi/2}} = \frac{\sqrt{\frac{9}{4}}}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 9,5\,\mathrm{dB}\end{aligned}$$

e) La directividad la calcularemos de la siguiente forma:

$$D = \frac{|\vec{E}|^2_{max}\, 4\pi r^2}{\eta\, W_r}$$

donde:

$$|\vec{E}|_{max} = \sqrt{\frac{9}{4}} \cdot \frac{60\, I_1}{r}$$

$$W_r = \mathrm{Re}\left\{Z_{in}\right\}\, I_1^2 = 91,25\, I_1^2$$

Sustituyendo:

$$D = \frac{2,25 \cdot 60^2 \cdot I_1^2 \cdot 4\pi r^2}{r^2 \cdot 120\pi \cdot 91,25 \cdot I_1^2} = \frac{2,25 \cdot 60^2 \cdot 4}{120 \cdot 91,25} = 2,96 = 4,7\,\mathrm{dB}$$

Solución al Problema 2

a) La caída de 10 dB en bordes del reflector, se debe a dos contribuciones: La atenuación por propagación y la directividad de la bocina. Dado que la relación f/D es 1, el ángulo con el que se ve el borde del reflector, β, es 28,64° y se obtiene mediante

$$\frac{f}{D} = \frac{1}{4\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)}$$

y en consecuencia la caída en el borde por propagación es

$$\tau_c = 40\,\log\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = -0{,}5\,\text{dB}$$

Así pues la directividad de la bocina debe ser tal que a β grados de la dirección *broadside* el nivel esté 9.5 dB por debajo del máximo ($\tau_d = -9{,}5$ dB).

Para obtener las dimensiones de la bocina que garantizan ese nivel en bordes, contamos con las gráficas universales plano E y plano H. De todas ellas seleccionamos las correspondientes a una bocina con error de fase despreciable. Es decir, $t = s_h = 0$ y $s = s_e = 0$.

El nivel de -9.5 dB necesario, en escala lineal corresponde a un campo relativo al máximo de 0.33 en el eje vertical de las gráficas.

Esto se traduce en un valor de $\frac{B}{\lambda}\sin\beta = 0,75$ para el plano E, y $\frac{A}{\lambda}\sin\beta = 1$ para el plano H.

Despejando A y B en función de la longitud de onda, $A = 2\lambda$ y $B = 1{,}56\lambda$. Por su parte, las longitudes L_E y L_H, que no se pedían en el problema, se elegirían de forma que garanticen un error de fase despreciable.

b) La bocina presenta una distribución coseno en horizontal y uniforme en vertical, sin error de fase, por lo que $\eta_x = 0,81$ y $\eta_y = 1$.

La directividad es $D_{bocina} = \frac{4\pi}{\lambda^2}AB\,\eta_{il} = 31$, (15 dB).

c) La potencia total radiada por la bocina se calcula mediante

$$W_{rad} = \frac{1}{\eta}\iint_S |E_{ap}(x,y)|^2\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = \frac{1}{\eta}\iint_S \left|E_0\cos\left(\frac{\pi}{A}x\right)\right|^2\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = \frac{E_0^2}{\eta}\frac{AB}{2}$$

Además $W_{rad} = 0,95\,W_{in} = 0,95$ W. Por todo ello,

$$E_0 = \sqrt{\frac{2\,W_{rad}\,\eta}{AB}} = 5,05\,\text{V/cm}$$

d) La densidad de potencia incidente en el centro del reflector la podemos calcular sabiendo que

$$D_{bocina} = \frac{\mathcal{P}_i}{W_{rad}/4\pi r^2}$$

y particularizando para $r = f$.

$$\mathcal{P}_i = \frac{D_{bocina}\,W_{rad}}{4\pi f^2} = \frac{31\cdot 0,95}{4\pi 15^2} = 0,01\,\text{W/cm}^2$$

e) Tras incidir sobre el reflector, la onda esférica se convierte en plana en las proximidades del reflector, dicha onda plana reflejada es interceptada por la bocina y entregada al alimentador.

Podemos calcular la potencia reflejada que es captada por la bocina y entregada al alimentador como el producto de la densidad de potencia incidente en la boca de la bocina por el área efectiva de la bocina. Con este calculo estamos asumiendo que la densidad de potencia apenas varía en los alrededores del centro del reflector y que la onda reflejada es plana y por tanto la potencia incidente en una porción de dimensiones AxB en el centro del reflector, se propaga sin atenuarse hasta la boca del alimentador. Así pues

$$W_{ref} = \mathcal{P}_i\,A_{ef} = \mathcal{P}_i\,AB\,\eta_{il} = 0,23\,\text{W}$$

$$\Gamma = \frac{0,23}{0,95} = 0,24\ (-6,2\,\text{dB})$$