
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

ANTENAS

20 de abril de 2004

Duración: 60 minutos. Respuesta correcta: 1 punto, respuesta incorrecta: -1/3 puntos

CÓDIGO A

SOLUCIÓN: BCBDB DBAAB ACDBD

1. Una antena cuya resistencia de radiación es de 60Ω y su directividad 2, tendría una longitud efectiva máxima de
a) $\lambda/2$ b) λ/π c) 2λ d) $\pi\lambda$
2. Dados dos dipolos de longitudes $H_1 = \lambda/2$ y $H_2 = 3\lambda/2$ respectivamente y alimentados en su centro con corrientes idénticas, ¿Cuál es la relación $E_1 : E_2$ entre los campos radiados de ambos en la dirección normal a los dipolos?
a) 2:1 b) 1:2 c) 1:1 d) 1:3
3. El valor de $|Z_{12}|$ para dos dipolos cortos iguales, de semibrzo $H = \lambda/20$, paralelos y separados una distancia 10λ es aproximadamente
a) 0.01Ω b) 0.05Ω c) 0.1Ω d) 0.2Ω
4. Una antena solenoidal formada por 40 espiras elementales se carga con un núcleo de ferrita
a) La directividad aumenta
b) El área efectiva aumenta
c) La longitud efectiva se mantiene constante
d) La resistencia de radiación aumenta
5. ¿Qué afirmación es **incorrecta** para la longitud efectiva?
a) Depende de la polarización
b) Depende de la amplitud de la onda incidente
c) Depende de la dirección de incidencia
d) Depende de la distribución de corrientes
6. La longitud efectiva máxima de un dipolo doblado resonante ($H = \lambda/4$) situado a $\lambda/4$ de una pared conductora es
a) $\lambda/2\pi$ b) λ/π c) $2\lambda/\pi$ d) $4\lambda/\pi$
7. Por un hilo conductor de longitud 2λ circula una corriente $I(z) = I_0 e^{-j\frac{\pi}{2\lambda}z}$. ¿Cuál es el ancho de haz entre ceros del diagrama de radiación del hilo?
a) $82,8^\circ$ b) 63° c) 90° d) 180°
8. Una apertura rectangular uniforme está situada en el plano XY. Sus dimensiones son de 5λ en el eje x y de 3λ en el eje y , y el campo eléctrico en la apertura tan sólo tiene componente en \hat{x} .
a) El ancho de haz entre ceros es menor en el plano E que en el plano H
b) Es menos de directiva que una bocina con una boca de las mismas dimensiones que la apertura
c) Es igual de directiva que una bocina con una boca de las mismas dimensiones que la apertura
d) Tiene un diagrama de radiación con simetría de revolución entorno al eje z

-
9. Dos dipolos elementales de igual longitud están situados en el plano XY y en el origen de coordenadas, de modo que forman un ángulo de 45° entre sí. Los dipolos están alimentados por corrientes $I_1 = 1$ A e $I_2 = 2$ A. El campo radiado en la dirección perpendicular a los dipolos presenta una polarización
- Lineal
 - Circular
 - Elíptica con relación axial 2
 - Elíptica con relación axial distinta de 2
10. El ancho de haz entre ceros de una agrupación triangular de 5 antenas separadas $\lambda/2$ y alimentadas en fase es
- 240°
 - 83°
 - 47°
 - 96°
11. ¿Cuántos ceros tiene el diagrama de radiación de la agrupación con espaciado $d = \lambda/3$, fase progresiva $\alpha = 0$ y polinomio $p(z) = (1 + z)(1 + 3z + z^2)$?
- Ninguno
 - 1
 - 2
 - 3
12. Se sitúa un dipolo de longitud total $\lambda/2$ paralelo a las paredes de un diedro de 90° en la bisectriz del mismo. ¿Para qué valor de la distancia s al vértice del diedro hay menor campo radiado en la dirección de la bisectriz?
- $s = \lambda/4$
 - $s = \lambda/2$
 - $s = \lambda$
 - $s = 3\lambda/2$
13. Se alimenta un reflector parabólico con una bocina cónica, la relación f/D es 1 y el decaimiento en el borde $\tau = -10$ dB. ¿Qué efecto tendrá el pasar a $f/D=0.7$?
- Aumenta la directividad
 - Aumenta la eficiencia total
 - Disminuye la eficiencia de desbordamiento
 - Disminuye la eficiencia de iluminación
14. Para una bocina cónica óptima, iluminada con el modo TE_{11} , ¿qué afirmación es cierta?
- No es posible aumentar la directividad
 - Si aumenta su longitud la directividad aumenta
 - Si disminuye el radio la directividad aumenta
 - Si aumenta el radio la directividad aumenta
15. La lente de una cámara fotográfica se puede analizar como antena. El diafragma limita el diámetro de la apertura. ¿En qué factor se reduce la potencia de luz captada por el film al reducir el diámetro del diafragma de $f/8$ a $f/16$, siendo f la distancia focal?
- 1/2
 - 1
 - 2
 - 4

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

ANTENAS

20 de abril de 2004

Duración: 60 minutos. Respuesta correcta: 1 punto, respuesta incorrecta: -1/3 puntos

CÓDIGO B

SOLUCIÓN: DBCAD DBBBC ACDDD

1. Por un hilo conductor de longitud 2λ circula una corriente $I(z) = I_0 e^{-j\frac{\pi}{2\lambda}z}$. ¿Cuál es el ancho de haz entre ceros del diagrama de radiación del hilo?
a) 180° b) $82,8^\circ$ c) 90° d) 63°
2. Una antena solenoidal formada por 40 espiras elementales se carga con un núcleo de ferrita
a) El área efectiva aumenta
b) La resistencia de radiación aumenta
c) La longitud efectiva se mantiene constante
d) La directividad aumenta
3. Se sitúa un dipolo de longitud total $\lambda/2$ paralelo a las paredes de un diedro de 90° en la bisectriz del mismo. ¿Para qué valor de la distancia s al vértice del diedro hay menor campo radiado en la dirección de la bisectriz?
a) $s = \lambda/2$ b) $s = \lambda/4$ c) $s = \lambda$ d) $s = 3\lambda/2$
4. Para una bocina cónica óptima, iluminada con el modo TE_{11} , ¿qué afirmación es cierta?
a) Si aumenta su longitud la directividad aumenta
b) No es posible aumentar la directividad
c) Si aumenta el radio la directividad aumenta
d) Si disminuye el radio la directividad aumenta
5. Dos dipolos elementales de igual longitud están situados en el plano XY y en el origen de coordenadas, de modo que forman un ángulo de 45° entre sí. Los dipolos están alimentados por corrientes $I_1 = 1$ A e $I_2 = 2$ A. El campo radiado en la dirección perpendicular a los dipolos presenta una polarización
a) Elíptica con relación axial distinta de 2
b) Elíptica con relación axial 2
c) Circular
d) Lineal
6. Una antena cuya resistencia de radiación es de 60Ω y su directividad 2, tendría una longitud efectiva máxima de
a) 2λ b) $\pi\lambda$ c) $\lambda/2$ d) λ/π
7. ¿Cuántos ceros tiene el diagrama de radiación de la agrupación con espaciado $d = \lambda/3$, fase progresiva $\alpha = 0$ y polinomio $p(z) = (1+z)(1+3z+z^2)$?
a) 3 b) Ninguno c) 1 d) 2
8. El valor de $|Z_{12}|$ para dos dipolos cortos iguales, de semibrazo $H = \lambda/20$, paralelos y separados una distancia 10λ es aproximadamente
a) 0.1Ω b) 0.05Ω c) 0.01Ω d) 0.2Ω

-
9. ¿Qué afirmación es **incorrecta** para la longitud efectiva?
- a) Depende de la distribución de corrientes
 - b) Depende de la amplitud de la onda incidente
 - c) Depende de la dirección de incidencia
 - d) Depende de la polarización
10. La lente de una cámara fotográfica se puede analizar como antena. El diafragma limita el diámetro de la apertura. ¿En qué factor se reduce la potencia de luz captada por el film al reducir el diámetro del diafragma de $f/8$ a $f/16$, siendo f la distancia focal?
- a) 2
 - b) 1
 - c) 4
 - d) 1/2
11. Dados dos dipolos de longitudes $H_1 = \lambda/2$ y $H_2 = 3\lambda/2$ respectivamente y alimentados en su centro con corrientes idénticas, ¿Cuál es la relación $E_1 : E_2$ entre los campos radiados de ambos en la dirección normal a los dipolos?
- a) 1:1
 - b) 1:2
 - c) 1:3
 - d) 2:1
12. Una apertura rectangular uniforme está situada en el plano XY. Sus dimensiones son de 5λ en el eje x y de 3λ en el eje y , y el campo eléctrico en la apertura tan sólo tiene componente en \hat{x} .
- a) Es menos de directiva que una bocina con una boca de las mismas dimensiones que la apertura
 - b) Tiene un diagrama de radiación con simetría de revolución entorno al eje z
 - c) El ancho de haz entre ceros es menor en el plano E que en el plano H
 - d) Es igual de directiva que una bocina con una boca de las mismas dimensiones que la apertura
13. El ancho de haz entre ceros de una agrupación triangular de 5 antenas separadas $\lambda/2$ y alimentadas en fase es
- a) 96°
 - b) 240°
 - c) 47°
 - d) 83°
14. La longitud efectiva máxima de un dipolo doblado resonante ($H = \lambda/4$) situado a $\lambda/4$ de una pared conductora es
- a) $\lambda/2\pi$
 - b) $2\lambda/\pi$
 - c) λ/π
 - d) $4\lambda/\pi$
15. Se alimenta un reflector parabólico con una bocina cónica, la relación f/D es 1 y el decaimiento en el borde $\tau = -10$ dB. ¿Qué efecto tendrá el pasar a $f/D=0.7$?
- a) Aumenta la directividad
 - b) Aumenta la eficiencia total
 - c) Disminuye la eficiencia de desbordamiento
 - d) Disminuye la eficiencia de iluminación

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

ANTENAS

20 de abril de 2004

Duración: 60 minutos. Respuesta correcta: 1 punto, respuesta incorrecta: -1/3 puntos

CÓDIGO C

SOLUCIÓN: CDDCD BBADB BABDA

- Se alimenta un reflector parabólico con una bocina cónica, la relación f/D es 1 y el decaimiento en el borde $\tau = -10$ dB. ¿Qué efecto tendrá el pasar a $f/D=0.7$?
 - Disminuye la eficiencia de desbordamiento
 - Aumenta la directividad
 - Disminuye la eficiencia de iluminación
 - Aumenta la eficiencia total
- Dados dos dipolos de longitudes $H_1 = \lambda/2$ y $H_2 = 3\lambda/2$ respectivamente y alimentados en su centro con corrientes idénticas, ¿Cuál es la relación $E_1 : E_2$ entre los campos radiados de ambos en la dirección normal a los dipolos?
 - 1:3
 - 2:1
 - 1:2
 - 1:1
- Por un hilo conductor de longitud 2λ circula una corriente $I(z) = I_0 e^{-j\frac{\pi}{2\lambda}z}$. ¿Cuál es el ancho de haz entre ceros del diagrama de radiación del hilo?
 - 82,8°
 - 90°
 - 180°
 - 63°
- Una antena solenoidal formada por 40 espiras elementales se carga con un núcleo de ferrita
 - El área efectiva aumenta
 - La longitud efectiva se mantiene constante
 - La resistencia de radiación aumenta
 - La directividad aumenta
- El ancho de haz entre ceros de una agrupación triangular de 5 antenas separadas $\lambda/2$ y alimentadas en fase es
 - 240°
 - 96°
 - 47°
 - 83°
- ¿Qué afirmación es **incorrecta** para la longitud efectiva?
 - Depende de la distribución de corrientes
 - Depende de la amplitud de la onda incidente
 - Depende de la polarización
 - Depende de la dirección de incidencia
- Una apertura rectangular uniforme está situada en el plano XY. Sus dimensiones son de 5λ en el eje x y de 3λ en el eje y , y el campo eléctrico en la apertura tan sólo tiene componente en \hat{x} .
 - Es menos de directiva que una bocina con una boca de las mismas dimensiones que la apertura
 - El ancho de haz entre ceros es menor en el plano E que en el plano H
 - Es igual de directiva que una bocina con una boca de las mismas dimensiones que la apertura
 - Tiene un diagrama de radiación con simetría de revolución entorno al eje z
- La lente de una cámara fotográfica se puede analizar como antena. El diafragma limita el diámetro de la apertura. ¿En qué factor se reduce la potencia de luz captada por el film al reducir el diámetro del diafragma de $f/8$ a $f/16$, siendo f la distancia focal?
 - 4
 - 1
 - 2
 - 1/2

-
9. El valor de $|Z_{12}|$ para dos dipolos cortos iguales, de semibrzzo $H = \lambda/20$, paralelos y separados una distancia 10λ es aproximadamente
- a) 0.1Ω b) 0.2Ω c) 0.01Ω d) 0.05Ω
10. ¿Cuántos ceros tiene el diagrama de radiación de la agrupación con espaciado $d = \lambda/3$, fase progresiva $\alpha = 0$ y polinomio $p(z) = (1 + z)(1 + 3z + z^2)$?
- a) 1 b) Ninguno c) 3 d) 2
11. La longitud efectiva máxima de un dipolo doblado resonante ($H = \lambda/4$) situado a $\lambda/4$ de una pared conductora es
- a) $2\lambda/\pi$ b) $4\lambda/\pi$ c) λ/π d) $\lambda/2\pi$
12. Se sitúa un dipolo de longitud total $\lambda/2$ paralelo a las paredes de un diedro de 90° en la bisectriz del mismo. ¿Para qué valor de la distancia s al vértice del diedro hay menor campo radiado en la dirección de la bisectriz?
- a) $s = \lambda$ b) $s = \lambda/2$ c) $s = \lambda/4$ d) $s = 3\lambda/2$
13. Una antena cuya resistencia de radiación es de 60Ω y su directividad 2, tendría una longitud efectiva máxima de
- a) $\lambda/2$ b) λ/π c) 2λ d) $\pi\lambda$
14. Dos dipolos elementales de igual longitud están situados en el plano XY y en el origen de coordenadas, de modo que forman un ángulo de 45° entre sí. Los dipolos están alimentados por corrientes $I_1 = 1$ A e $I_2 = 2$ A. El campo radiado en la dirección perpendicular a los dipolos presenta una polarización
- a) Elíptica con relación axial distinta de 2
b) Elíptica con relación axial 2
c) Circular
d) Lineal
15. Para una bocina cónica óptima, iluminada con el modo TE_{11} , ¿qué afirmación es cierta?
- a) Si aumenta su longitud la directividad aumenta
b) Si disminuye el radio la directividad aumenta
c) No es posible aumentar la directividad
d) Si aumenta el radio la directividad aumenta

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACIÓN
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

ANTENAS

20 de abril de 2004

Duración: 60 minutos. Respuesta correcta: 1 punto, respuesta incorrecta: -1/3 puntos

CÓDIGO D

SOLUCIÓN: BDABA DCABD DBDCC

1. El valor de $|Z_{12}|$ para dos dipolos cortos iguales, de semibrzzo $H = \lambda/20$, paralelos y separados una distancia 10λ es aproximadamente
a) 0.1Ω b) 0.05Ω c) 0.2Ω d) 0.01Ω
2. Una antena solenoidal formada por 40 espiras elementales se carga con un núcleo de ferrita
a) La directividad aumenta
b) La longitud efectiva se mantiene constante
c) El área efectiva aumenta
d) La resistencia de radiación aumenta
3. Por un hilo conductor de longitud 2λ circula una corriente $I(z) = I_0 e^{-j\frac{\pi}{2\lambda}z}$. ¿Cuál es el ancho de haz entre ceros del diagrama de radiación del hilo?
a) 63° b) $82,8^\circ$ c) 180° d) 90°
4. Para una bocina cónica óptima, iluminada con el modo TE_{11} , ¿qué afirmación es cierta?
a) No es posible aumentar la directividad
b) Si aumenta su longitud la directividad aumenta
c) Si aumenta el radio la directividad aumenta
d) Si disminuye el radio la directividad aumenta
5. El ancho de haz entre ceros de una agrupación triangular de 5 antenas separadas $\lambda/2$ y alimentadas en fase es
a) 83° b) 96° c) 240° d) 47°
6. Dados dos dipolos de longitudes $H_1 = \lambda/2$ y $H_2 = 3\lambda/2$ respectivamente y alimentados en su centro con corrientes idénticas, ¿Cuál es la relación $E_1 : E_2$ entre los campos radiados de ambos en la dirección normal a los dipolos?
a) 1:2 b) 1:3 c) 2:1 d) 1:1
7. Una apertura rectangular uniforme está situada en el plano XY. Sus dimensiones son de 5λ en el eje x y de 3λ en el eje y , y el campo eléctrico en la apertura tan sólo tiene componente en \hat{x} .
a) Es menos de directiva que una bocina con una boca de las mismas dimensiones que la apertura
b) Es igual de directiva que una bocina con una boca de las mismas dimensiones que la apertura
c) El ancho de haz entre ceros es menor en el plano E que en el plano H
d) Tiene un diagrama de radiación con simetría de revolución entorno al eje z
8. Dos dipolos elementales de igual longitud están situados en el plano XY y en el origen de coordenadas, de modo que forman un ángulo de 45° entre sí. Los dipolos están alimentados por corrientes $I_1 = 1$ A e $I_2 = 2$ A. El campo radiado en la dirección perpendicular a los dipolos presenta una polarización
a) Lineal
b) Circular
c) Elíptica con relación axial 2
d) Elíptica con relación axial distinta de 2

-
9. La longitud efectiva máxima de un dipolo doblado resonante ($H = \lambda/4$) situado a $\lambda/4$ de una pared conductora es
- a) $\lambda/2\pi$ b) $4\lambda/\pi$ c) $2\lambda/\pi$ d) λ/π
10. Una antena cuya resistencia de radiación es de 60Ω y su directividad 2, tendría una longitud efectiva máxima de
- a) $\pi\lambda$ b) $\lambda/2$ c) 2λ d) λ/π
11. ¿Cuántos ceros tiene el diagrama de radiación de la agrupación con espaciado $d = \lambda/3$, fase progresiva $\alpha = 0$ y polinomio $p(z) = (1 + z)(1 + 3z + z^2)$?
- a) 2 b) 1 c) 3 d) Ninguno
12. La lente de una cámara fotográfica se puede analizar como antena. El diafragma limita el diámetro de la apertura. ¿En qué factor se reduce la potencia de luz captada por el film al reducir el diámetro del diafragma de $f/8$ a $f/16$, siendo f la distancia focal?
- a) 2 b) 4 c) 1/2 d) 1
13. Se sitúa un dipolo de longitud total $\lambda/2$ paralelo a las paredes de un diedro de 90° en la bisectriz del mismo. ¿Para qué valor de la distancia s al vértice del diedro hay menor campo radiado en la dirección de la bisectriz?
- a) $s = \lambda/4$ b) $s = 3\lambda/2$ c) $s = \lambda/2$ d) $s = \lambda$
14. ¿Qué afirmación es **incorrecta** para la longitud efectiva?
- a) Depende de la distribución de corrientes
b) Depende de la dirección de incidencia
c) Depende de la amplitud de la onda incidente
d) Depende de la polarización
15. Se alimenta un reflector parabólico con una bocina cónica, la relación f/D es 1 y el decaimiento en el borde $\tau = -10$ dB. ¿Qué efecto tendrá el pasar a $f/D=0.7$?
- a) Disminuye la eficiencia de desbordamiento
b) Aumenta la directividad
c) Disminuye la eficiencia de iluminación
d) Aumenta la eficiencia total

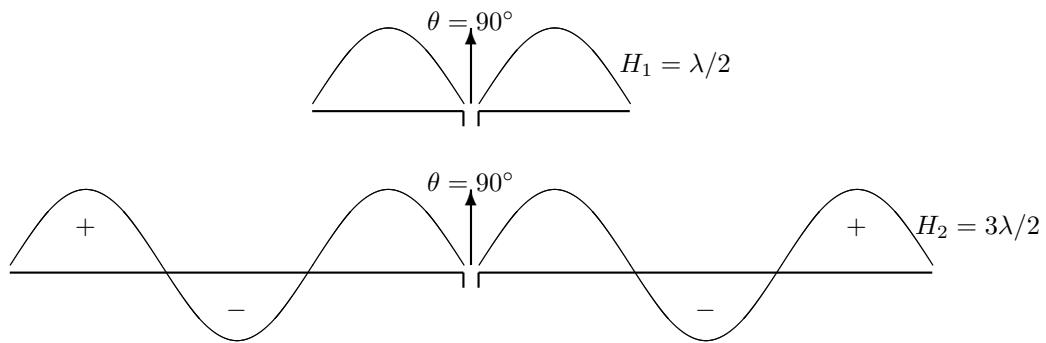
SOLUCIÓN

Cuestión 1

$$A_{ef} = \frac{\eta I_{ef}^2}{4R_r} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D \rightarrow l_{ef} = \sqrt{\frac{\lambda^2 D 4R_r}{4\pi\eta}}$$

$$l_{ef} = \sqrt{\frac{\lambda^2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 60}{4\pi \cdot 120 \cdot \pi}} = \frac{\lambda}{\pi}$$

Cuestión 2 El campo radiado es proporcional al vector de radiación. Y en la dirección perpendicular a los dipolos ($\theta = 90^\circ$) el vector de radiación es proporcional a la integral (área) de la distribución de corriente. Como se puede observar en la figura, para los dos dipolos la integral de la distribución de corriente es la misma, ya que en el caso del dipolo de brazo $H_2 = 3\lambda/2$ las áreas con signo más y menos se anulan. Por tanto los campos radiados en la dirección perpendicular serían iguales.



Cuestión 3

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1=0}$$

Como $I_1 = 0$, la tensión en la primera antena V_1 es la tensión en circuito abierto:

$$V_1 = V_{ca} = \vec{E}_i \cdot \vec{l}$$

Donde \vec{E}_i es el campo radiado por la segunda antena en la dirección en la que está la primera antena (dirección perpendicular al dipolo). Y \vec{l} es la longitud efectiva de la segunda antena en la dirección por donde le llega en campo de la segunda (dirección perpendicular al dipolo). La longitud efectiva de la primera antena es:

$$\vec{l} = -H \sin \theta \hat{\theta}$$

En la dirección perpendicular al dipolo:

$$\vec{l} = H \hat{z}$$

El campo radiado por la segunda antena es:

$$\vec{E}_i = -jk\eta \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} I_2 H \sin \theta \hat{\theta}$$

En la dirección perpendicular:

$$\vec{E}_i = jk\eta \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} I_2 H \hat{z}$$

Por tanto:

$$V_1 = jk\eta \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} I_2 H \hat{z} \cdot H \hat{z}$$

$$V_1 = jk\eta \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} I_2 H^2$$

$$|Z_{12}| = \left| \frac{V_1}{I_2} \right| = \left| jk\eta \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} H^2 \right| = \frac{k\eta}{4\pi r} I_2 H^2 = \frac{2\pi \cdot 120 \pi}{4\pi \cdot 10\lambda} \left(\frac{\lambda}{20} \right)^2 = 0,0471\Omega$$

Cuestión 4 Al cargar con un núcleo de ferrita aumentan la longitud efectiva y la resistencia de radiación, pero la directividad y el área efectiva se mantienen constantes.

Cuestión 5 La longitud efectiva depende de la polarización, la dirección de incidencia y la distribución de corrientes, pero no de la amplitud de la onda incidente.

Cuestión 6 En un dipolo doblado resonante la corriente del modo par o modo radiante es $I_{par} = I_{dd}$, puesto que la corriente del modo impar o modo línea de transmisión es nula. De modo que desde el punto de vista de radiación es como si fuera un dipolo resonante de corriente $2I_{dd}$. Por tanto el vector de radiación sería:

$$\vec{N} = -\frac{\lambda}{\pi} \frac{2I_{dd}}{\sin \theta} \hat{\theta}$$

En la dirección de máxima radiación, perpendicular al dipolo ($\theta = 90^\circ$):

$$\vec{N} = \frac{\lambda}{\pi} 2I_{dd} \hat{z}$$

Al colocar el dipolo frente a una pared conductora a una distancia de $\lambda/4$, el campo producido por el dipolo y por su imagen se suma en fase en la dirección perpendicular al dipolo y alejándose del conductor. En esta dirección el campo total, y por tanto el vector de radiación, es el doble que en el caso del dipolo aislado. Por tanto:

$$\vec{N} = \frac{\lambda}{\pi} 4I_{dd} \hat{z}$$

La longitud efectiva sería:

$$\vec{l} = \frac{1}{I(0)} \vec{N}_\perp = \frac{1}{I_{dd}} \frac{\lambda}{\pi} 4I_{dd} \hat{z} = \frac{4\lambda}{\pi} \hat{z}$$

Cuestión 7 El vector de radiación del hilo de corriente con fase progresiva es:

$$\vec{N} = Il \operatorname{sinc} u \hat{z} = -Il \operatorname{sinc} u \sin \theta \hat{\theta}$$

donde:

$$u = \frac{(k_z - \beta)}{2\pi} l$$

$$\beta = \frac{\pi}{2\lambda}$$

$$l = 2\lambda$$

$$I = I_0$$

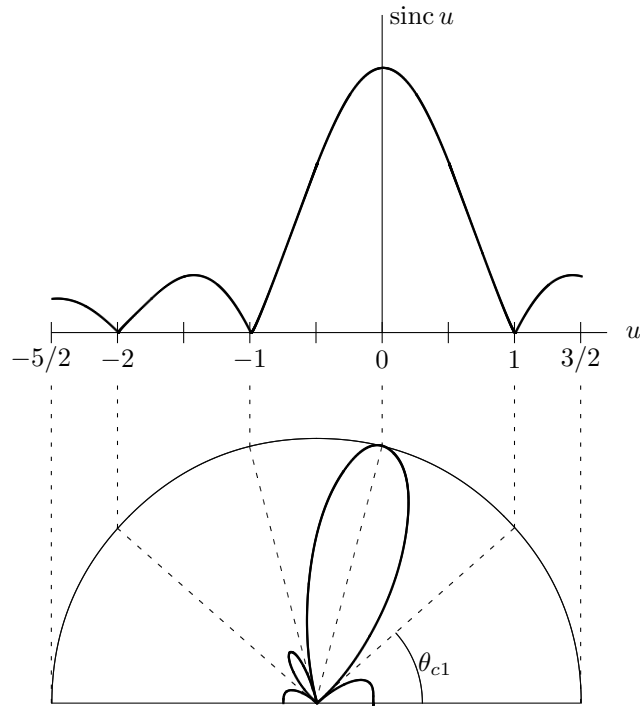
El máximo del diagrama de radiación se obtiene para $u = 0$, y los nulos del lóbulo principal se dan para $u = \pm 1$, tal y como se muestra en la figura. Por tanto, la posición angular de los ceros es:

$$u = \frac{(k_z - \beta)}{2\pi} l = \frac{(\frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta - \frac{\pi}{2\lambda})}{2\pi} 2\lambda = 2 \cos \theta - \frac{1}{2} = \pm 1$$

$$\theta_c = \arccos\left(\frac{\pm 1 + 0,5}{2}\right) \rightarrow \begin{cases} \theta_{c1} = \arccos\left(\frac{1 + 0,5}{2}\right) = 41,4^\circ \\ \theta_{c2} = \arccos\left(\frac{-1 + 0,5}{2}\right) = 104,48^\circ \end{cases}$$

Y el ancho de haz entre ceros:

$$\Delta\theta_c = \theta_{c2} - \theta_{c1} = 63^\circ$$



Cuestión 8 Puesto que el campo en la apertura está polarizado según \hat{x} , el plano E es el plano XZ , y el plano H es el plano YZ . Y como la apertura es mayor en el eje x que en el eje y , es más directiva en el plano XZ (Plano E) que en el YZ (Plano H). Por tanto el ancho de haz entre ceros es menor en el plano E. Por otro lado, como la apertura no presenta error de fase en el campo, es más directiva que la bocina de las mismas dimensiones. Finalmente, el diagrama no presenta simetría de revolución entorno a al eje Z . Para que eso sucediera la apertura también habría de ser simétrica respecto de z . Es decir, tendría que ser circular.

Cuestión 9 Un posible vector de radiación será:

$$\vec{N} = \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = I_1 \hat{x} + I_2 l \left(\frac{\hat{x} + \hat{y}}{\sqrt{2}} \right)$$

En la dirección perpendicular a los dipolos (eje z), las componentes del vector de radiación que contribuyen al campo radiado son las componentes \hat{x} e \hat{y} :

$$\vec{N}_\perp = I_1 \hat{x} + I_2 l \left(\frac{\hat{x} + \hat{y}}{\sqrt{2}} \right)$$

Y como todas las componentes son reales, la polarización es lineal.

Cuestión 10 En una agrupación triangular los ceros están en las posiciones:

$$\psi_c = \frac{2\pi}{N'} n, \quad n \in [1, \dots, N' - 1]$$

donde $N' = (N + 1)/2$. En este caso $N' = (5 + 1)/2 = 3$. Por tanto los ceros correspondientes a los nulos del primer lóbulo están en:

$$\psi_c = \pm \frac{2\pi}{3}$$

Como $d = \lambda/2$ y $\alpha = 0$:

$$\psi_c = \pm \frac{2\pi}{3} = kd \cos \theta_c + \alpha \rightarrow \theta_c = \arccos \left(\pm \frac{2}{3} \right) \rightarrow \begin{cases} \theta_{c1} = 48,18^\circ \\ \theta_{c2} = 131,81^\circ \end{cases}$$

El ancho de haz entre ceros:

$$\Delta\theta_c = \theta_{c2} - \theta_{c1} = 83,6^\circ$$

Cuestión 11 Los ceros de esta agrupación están en:

$$1 + z = 0 \rightarrow z_c = -1$$

$$1 + 3z + z^2 = 0 \rightarrow z = \begin{cases} -2,62 \\ -0,38 \end{cases}$$

El primer cero están en la circunferencia unidad, pero los otros dos no. Por tanto, en la circunferencia unidad tan sólo hay un cero:

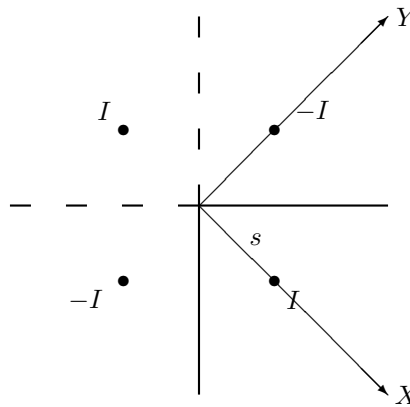
$$z_c = -1 = e^{j\psi_c} \rightarrow \psi_c = \pi$$

El margen visible de la agrupación es:

$$\psi \in [\alpha - kd, \alpha + kd] = [-2\pi/3, 2\pi/3]$$

Y por tanto el único cero que hay en la circunferencia unidad está fuera del margen visible, y no hay ningún cero en el diagrama de radiación.

Cuestión 12 Aplicando teoría de imágenes el campo radiado en la bisectriz por el dipolo frente al diedro conductor es el mismo que el producido por los cuatro dipolos que se representan en la figura.



Tomando los ejes X e Y como se muestra en la figura, el factor de agrupación es:

$$FA = e^{jk_x s} + e^{-jk_x s} - e^{jk_y s} - e^{-jk_y s} = 2 \cos(k_x s) - 2 \cos(k_y s)$$

En la dirección de la bisectriz (eje X), $k_x = k$ y $k_y = 0$. Por tanto:

$$FA(\text{eje } X) = 2 \cos(ks) - 2$$

El mínimo de campo radiado en la directriz sucederá cuando el factor de la agrupación en esa dirección se anule:

$$FA(\text{eje } X) = 2 \cos(ks) - 2 = 0 \rightarrow ks = 2\pi \rightarrow s = \lambda$$

Cuestión 13 Puesto que el decaimiento en los bordes es $\tau = -10$ dB, estamos justo en la relación f/D óptima. Si la relación f/D disminuye:

- El foco está más cerca del reflector.
- El ángulo β es mayor.
- La diferencia de caminos recorridos como onda esférica entre el centro y el extremo del reflector es mayor (τ_c más negativa).
- La diferencia de directividad entre el centro y el extremo del reflector es mayor (τ_d más negativa).
- El decaimiento en bordes es mayor ($\tau = \tau_c + \tau_d$ más negativa).
- La eficiencia de iluminación disminuye (el campo es menos uniforme).
- La eficiencia de desbordamiento aumenta (se escapa menos potencia).

- Nos hemos alejado del punto óptimo, y la eficiencia total disminuye, y por tanto la directividad también disminuye.

Cuestión 14 En una bocina óptima, cambiar las dimensiones de la boca (hacerlas mayores o menores) disminuye siempre la directividad. Por tanto no es posible aumentar la directividad modificando el radio de la bocina cónica óptima. En cambio sí que aumenta la directividad si aumentamos la longitud, pues entonces el error de fase del campo en la apertura disminuye.

Cuestión 15 La potencia captada por la antena será la integral de la densidad de potencia que penetra en la lente. Como existe un diafragma, será la integral de la densidad de potencia en la superficie abierta del diafragma S :

$$W = \int \int_S \frac{|\vec{E}|^2}{\eta} dS$$

Si la onda que incide sobre el diafragma es una onda plana, el campo en la abertura del diafragma es constante:

$$W = \frac{|\vec{E}_0|^2}{\eta} S = \frac{|\vec{E}_0|^2}{\eta} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

donde D es el diametro del diafragma. Si el diafragma se reduce a la mitad, la potencia captada se reduce a la cuarta parte.