

Problema 2

Se desea diseñar una antena formada por una agrupación de dipolos de semibrazo $H = \lambda/4$, de modo que su ancho de haz entre ceros sea de 60° . Además, se desea que el diagrama de radiación presente nulos adicionales a 60° respecto de la dirección broadside. Los dipolos se alimentan en fase, se separan $d = \lambda/2$, y son paralelos entre sí y están orientados de forma perpendicular al eje de la agrupación.

- a) Determine el mínimo número de antenas que será necesario emplear para conseguir el diseño deseado. (1 punto)
- b) Calcule el polinomio de la agrupación. (2 puntos)
- c) Indique cuál debe ser la corriente de alimentación de cada dipolo. (1 punto)
- d) Dibuje los diagramas de radiación de la antena en los planos E y H. (2 puntos)
- e) Calcule el nivel de lóbulo principal a secundario en el plano H. (2 puntos)
- f) Calcule la directividad de la antena asumiendo que la resistencia de entrada de los dipolos es la misma que si estuvieran aislados (despreciar acoplos mutuos). (2 puntos)

Solución

- a) El factor de la agrupación debe presentar 2 ceros a $\pm 30^\circ$ respecto de la dirección broadside para conseguir que el ancho de haz entre ceros sea de 60° . Además debe presentar dos ceros adicionales a $\pm 60^\circ$ respecto de la dirección broadside. La dirección broadside es $\theta = 90^\circ$. Por tanto los ceros han de estar en las siguientes direcciones espaciales:

- $\theta_{c_1} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$
- $\theta_{c_2} = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$
- $\theta_{c_3} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
- $\theta_{c_4} = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$

Como el máximo está en la dirección broadside, $\alpha = 0$. Y como $d = \lambda/2$, los ceros estarían en los siguientes valores de ψ :

- $\psi_{c_1} = kd \cos \theta_{c_1} + \alpha = \pi \cos 60^\circ + 0 = \pi/2$
- $\psi_{c_2} = kd \cos \theta_{c_2} + \alpha = \pi \cos 120^\circ + 0 = -\pi/2$
- $\psi_{c_3} = kd \cos \theta_{c_3} + \alpha = \pi \cos 30^\circ + 0 = \sqrt{3}\pi/2$
- $\psi_{c_4} = kd \cos \theta_{c_4} + \alpha = \pi \cos 150^\circ + 0 = -\sqrt{3}\pi/2$

En un periodo de $FA(\psi)$, por ejemplo entre $-\pi$ y π , hay cuatro ceros. Por tanto la agrupación es de 5 antenas.

- b) Conocida la posición de los ceros, el polinomio de la agrupación será

$$p(z) = \prod_{i=1}^4 (z - e^{j\psi_{c_i}}) = (z - e^{j\psi_{c_1}}) (z - e^{j\psi_{c_2}}) (z - e^{j\psi_{c_3}}) (z - e^{j\psi_{c_4}})$$

$$p(z) = (z - e^{j\pi/2}) (z - e^{-j\pi/2}) (z - e^{j\sqrt{3}\pi/2}) (z - e^{-j\sqrt{3}\pi/2})$$

$$p(z) = (z^2 - 2 \cos(\pi/2) z + 1)(z^2 - 2 \cos(\sqrt{3}\pi/2) z + 1)$$

$$p(z) = (z^2 + 1)(z^2 + 1, 83 z + 1) = z^4 + 1, 83 z^3 + 2z^4 + 1, 83 z + 1$$

- c) Si la corriente de alimentación del primer dipolo de la agrupación es I_m , la corriente de alimentación de todos los elementos será

I_1	I_m
I_2	$1,83 I_m$
I_3	$2 I_m$
I_4	$1,83 I_m$
I_5	I_m

d) Podemos situar los ejes de coordenadas como queramos. Por comodidad, situaremos la agrupación a lo largo del eje z . Los dipolos son paralelos entre sí y se orientan de forma perpendicular al eje de la agrupación (o bien orientados según x o según y). Si, por ejemplo, los orientamos según x , obtendremos la disposición que se muestra en la figura 1.

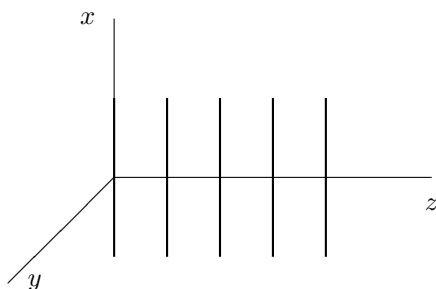


Figura 1: Disposición espacial de la agrupación de dipolos

El diagrama de radiación de la agrupación se calcula a partir de los ceros en la figura 2 mediante el método gráfico. Se ha tenido en cuenta que el margen visible es:

$$\psi \in [\alpha - kd, \alpha + kd] = [-\pi, \pi]$$

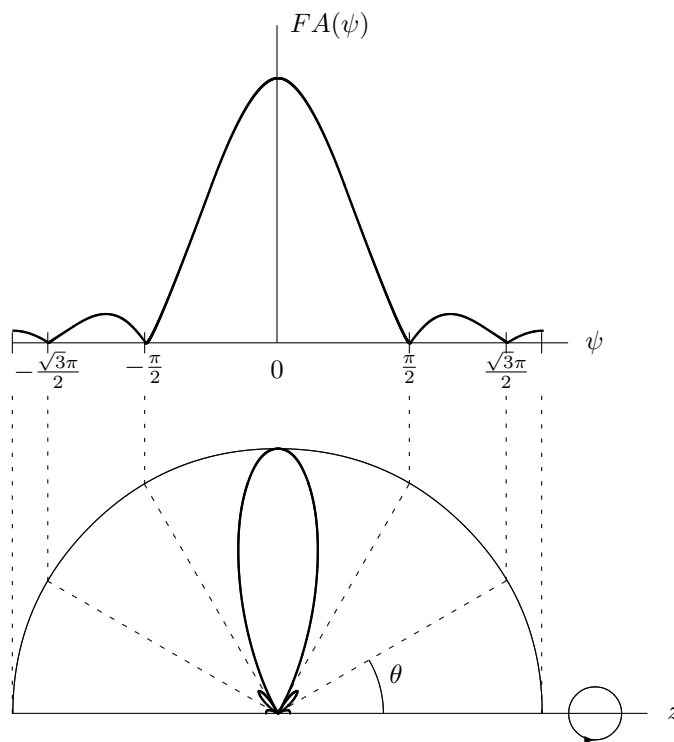


Figura 2: Determinación del diagrama de radiación de la agrupación mediante el método gráfico

La agrupación tiene el máximo de radiación en el plano XY (dirección perpendicular a la agrupación). Por otro lado el máximo del diagrama de radiación del dipolo aislado se da en el eje YZ . Por tanto la dirección de máxima

radiación es el eje y . En esa dirección la polarización del campo eléctrico radiado por los dipolos es \hat{x} . Por lo tanto el plano E es el plano XY , y el plano H es el plano YZ . En las figuras 3 y 4 se muestran los diagramas plano E y plano H de la antena.

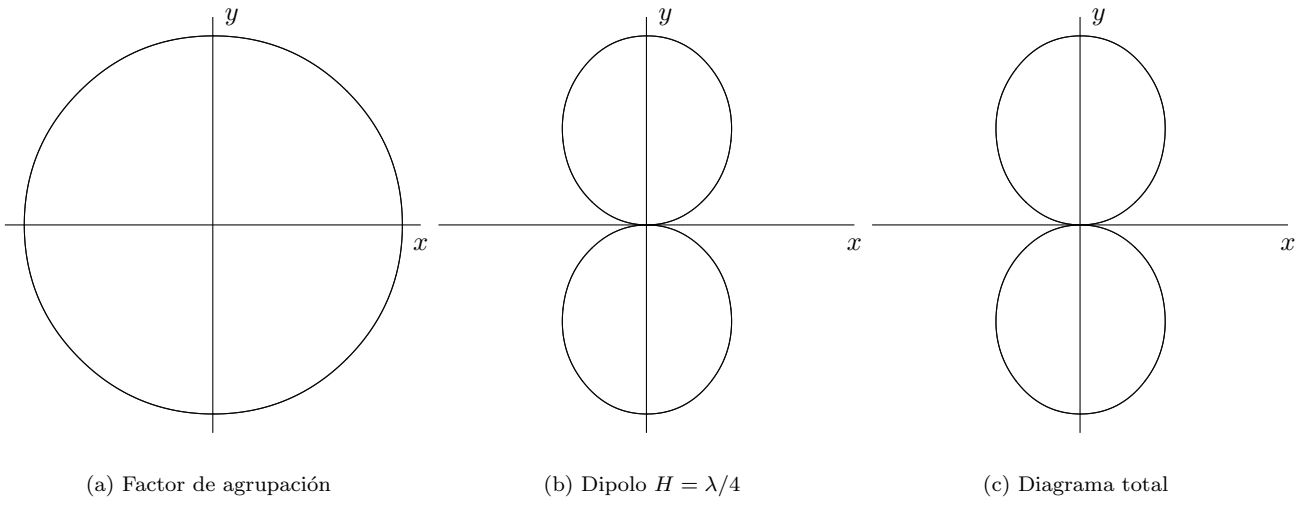


Figura 3: Diagrama Plano E

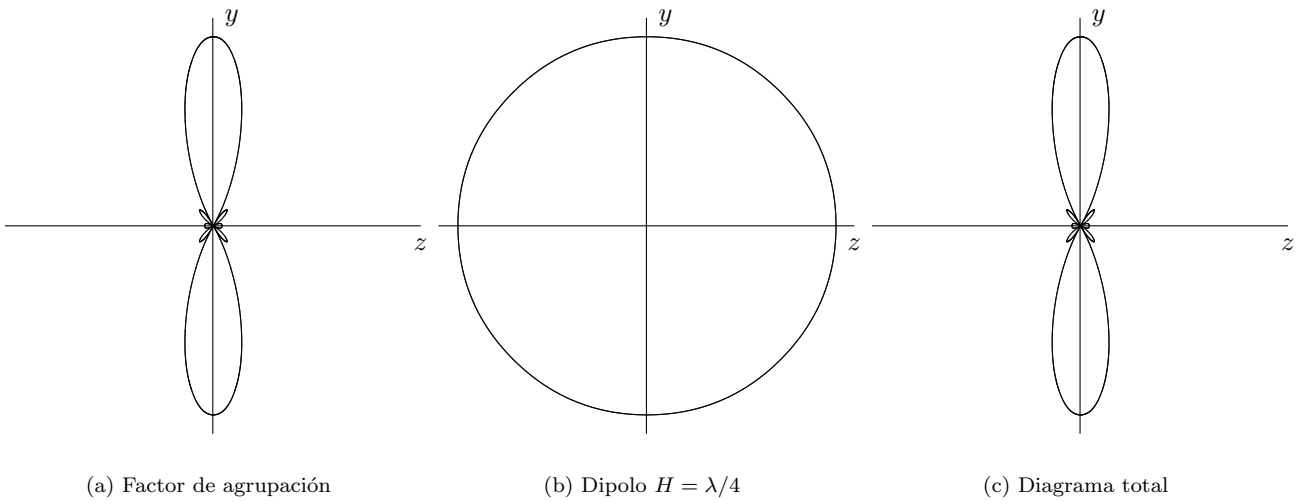


Figura 4: Diagrama Plano H

e) El nivel de lóbulo principal a secundario será

$$NLPS = 20 \log_{10} \left| \frac{d_{LP}}{d_{LS}} \right|$$

donde d_{LP} y d_{LS} son el diagrama de la antena en las direcciones del lóbulo principal y del lóbulo secundario. El diagrama de la antena es el diagrama del dipolo resonante por el factor de la agrupación:

$$d(\theta, \phi) = d_{\lambda/4}(\theta, \phi) |FA(\theta, \phi)|$$

No obstante, en el plano H el diagrama de radiación del dipolo es omnidireccional:

$$d_{\lambda/4}(\theta, \phi = \pi/2) = 1$$

Y por otro lado el factor de la agrupación tan sólo depende de θ :

$$d(\theta) = d_{\lambda/4}(\theta, \phi = \pi/2) |FA(\theta, \phi)| = |FA(\theta)|$$

Y el factor de agrupación es:

$$FA(\psi) = p(z = e^{j\psi})$$

donde $\psi = \pi \cos \theta$. El lóbulo principal se da en la dirección $\psi_{LP} = 0$, es decir, en $\theta_{LP} = 90^\circ$ (dirección perpendicular al dipolo). Y el lóbulo secundario se da aproximadamente en el punto medio entre los dos ceros que lo rodean:

$$\begin{aligned} \psi_{LS} &\simeq \frac{\psi_{c_1} + \psi_{c_3}}{2} = \frac{\pi/2 + \sqrt{3}\pi/2}{2} = \frac{(1 + \sqrt{3})\pi}{4} = 0,683\pi \\ \psi_{LS} &= \pi \cos \theta_{LS} \rightarrow \theta_{LS} = 46,9^\circ \end{aligned}$$

El diagrama en la dirección del lóbulo principal será

$$d_{LP} = d_{\lambda/4}(\theta_{LP}, \phi = \pi/2) |p(z = e^{j\psi_{LP}})| = 1 |p(z = 1)| = |1 + 1,83 + 2 + 1,83 + 1| = 7,66$$

Y el diagrama en el lóbulo secundario:

$$\begin{aligned} d_{LS} &= d_{\lambda/4}(\theta_{LS}, \phi = \pi/2) |p(z = e^{j\psi_{LS}})| = 1 |p(z = e^{j0,683\pi})| \\ d_{LS} &= |e^{j4 \cdot 0,683\pi} + 1,83 e^{j3 \cdot 0,683\pi} + 2 e^{j2 \cdot 0,683\pi} + 1,83 e^{j0,683\pi} + 1| \\ d_{LS} &= |e^{j2 \cdot 0,683\pi} (e^{j2 \cdot 0,683\pi} + 1,83 e^{j0,683\pi} + 2 + 1,83 e^{-j0,683\pi} + e^{-j2 \cdot 0,683\pi})| \\ d_{LS} &= |e^{j2 \cdot 0,683\pi} (2 \cos(2 \cdot 0,683\pi) + 1,83 \cdot 2 \cos(0,683\pi) + 2)| = 0,807 \end{aligned}$$

Finalmente:

$$NLPS = 20 \log_{10} \left| \frac{7,66}{0,807} \right| = 19,54 \text{ dB}$$

f) La directividad de la antena es:

$$D = \frac{|E|_{max}^2}{\frac{\eta}{4\pi r^2}} = \frac{|E|_{max}^2 4\pi r^2}{W_r \eta}$$

El campo radiado por la antena es:

$$|\vec{E}(\theta, \phi)| = |\vec{E}_{dipolo}(\theta, \phi) \cdot FA(\theta, \phi)|$$

En la dirección de máxima radiación ($\theta = 90^\circ$, $\phi = 90^\circ$, $\psi = 0$):

$$|\vec{E}(\theta = 90^\circ, \phi = 90^\circ)| = \frac{60 I_m}{r} |p(z = 1)| = \frac{60 I_m}{r} 7,66$$

donde I_m es la corriente a la entrada del primer dipolo de la agrupación. Por otro lado, la potencia radiada por la antena se puede obtener como la suma de la potencia radiada por todos los elementos de la agrupación:

$$W_r = \sum_{i=1}^5 \Re\{Z_a\} I_i^2 = \sum_{i=1}^5 73 I_i^2 = 73 (I_m^2 + 1,83^2 I_m^2 + 2^2 I_m^2 + 1,83^2 I_m^2 + I_m^2) = 927 I_m^2$$

Por tanto:

$$D = \frac{|E|_{max}^2 4\pi r^2}{W_r \eta} = \frac{60^2 I_m^2 7,66^2 \cdot 4\pi r^2}{r^2 927 I_m^2 \eta} = 7,6 = 8,8 \text{ dB}$$