GUÍA DE ONDA RECTANGULAR

Una guía de onda en la que se propaga el modo TE_{10}, abierta en su extremo , tiene una distribución de campos en la apertura con polarización vertical.

$$\vec{E} = E_y \hat{y}$$

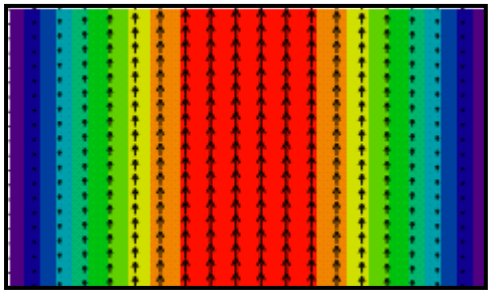
$$\vec{H} = H_x \hat{x} = -\frac{E_y}{Z_0}\hat{x}$$

La forma de la distribución es coseno en el eje x y uniforme en el eje

$$E_y = E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)$$

$$H_x = -\frac{E_y}{Z_0}$$

$$Z_0 = \frac{\eta}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}$$



La impedancia de la guía de onda se aproxima a la del espacio libre si aumenta la frecuencia.

Los campos radiados por una apertura rectangular, con polarización vertical son

$$E_\theta = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\sin\phi\left(\frac{\eta}{Z_0}\cos\theta + 1\right)\iint_{s'} E(x',y')e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}dx'dy'$$

$$E_\phi = j\frac{e^{-jkr}}{2\lambda r}\cos\phi\left(\frac{\eta}{Z_0} + \cos\theta\right)\iint_{s'} E(x',y')e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}dx'dy'$$

Los campos de la apertura son separables en el producto de dos funciones

$$\iint_{s'} E(x',y')e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}dx'dy' = E_0\int_{x'} f(x')e^{jk_x x'}dx'\int_{y'} g(y')e^{jk_y y'}dy'$$

Las dos integrales unidimensionales son transformadas de Fourier de la distribución de campos

© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

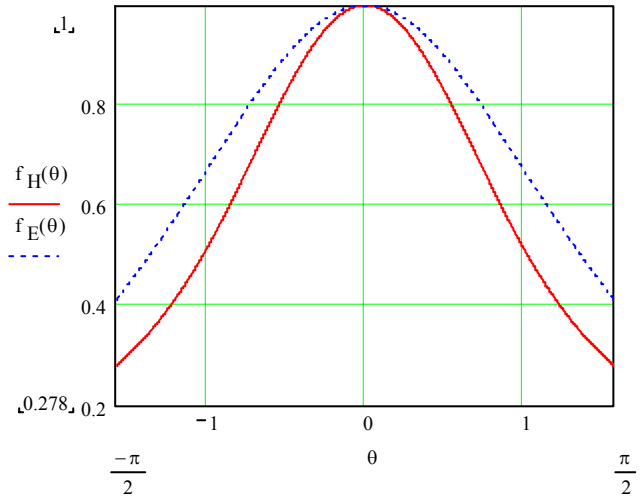
La distribución horizontal corresponde a una función coseno, mientras que la distribución vertical es una función uniforme.

$$F(k_x,a)=\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} f(x')e^{jk_x x'}dx'=\frac{\pi}{2}a\frac{\cos\left(\frac{k_x a}{2}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2-\left(\frac{k_x a}{2}\right)^2}$$

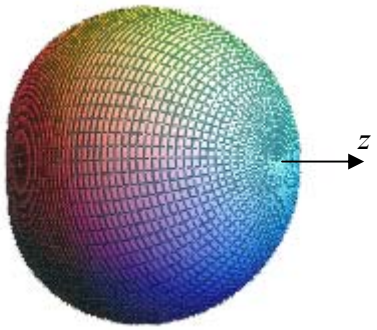
$$G(k_y,b)=\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} g(y')e^{jk_y y'}dy'=b\frac{\sin\left(\frac{k_y b}{2}\right)}{\left(\frac{k_y b}{2}\right)}$$

Una bocina en el modo fundamental tiene un diagrama de radiación poco directivo.

Los diagramas plano E y plano H para una guía de banda X de 22.8x10.2 mm , a la frecuencia de 10 GHz son



El diagrama tridimensional es



© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

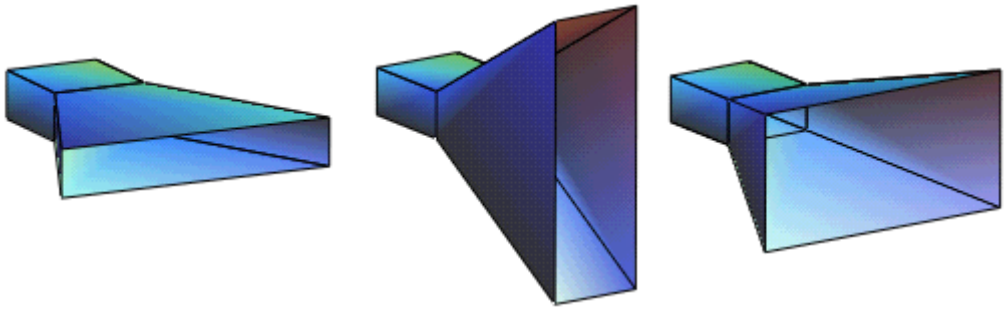
BOCINAS RECTANGULARES

Una bocina electromagnética es una antena que se utiliza de forma generalizada a frecuencias de microondas, por sus características de gran ancho de banda y por su facilidad de construcción y diseño.

Se utiliza como antena individual, en forma de agrupaciones, o como alimentador primario de reflectores o lentes.

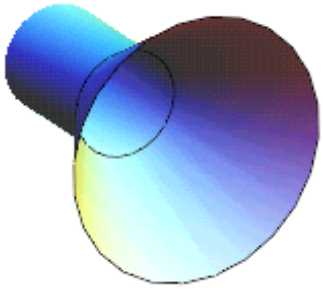
Una bocina se alimenta a partir de una guía de onda que propaga uno o varios modos. Las dimensiones van aumentando progresivamente hasta que la apertura equivalente tenga unas dimensiones suficientes para conseguir la directividad desesada.

Las guías de onda rectangulares que propagan el modo fundamental TE10, se pueden abrir en el plano horizontal, dando lugar a las denominadas bocinas de plano H; en el plano vertical, formando las bocinas de plano E; o bien en ambos planos simultáneamente dando lugar a bocinas piramidales.



Bocina de plano H **Bocina de plano E** **Bocina piramidal**

Las guías de onda circulares, que propagan el modo fundamental TE11, alimentan a las bocinas cónicas



Bocina cónica

Estas antenas se pueden analizar como aperturas, suponiendo que la distribución de los campos es aproximadamente la misma que los modos de las guías rectangulares o circulares.

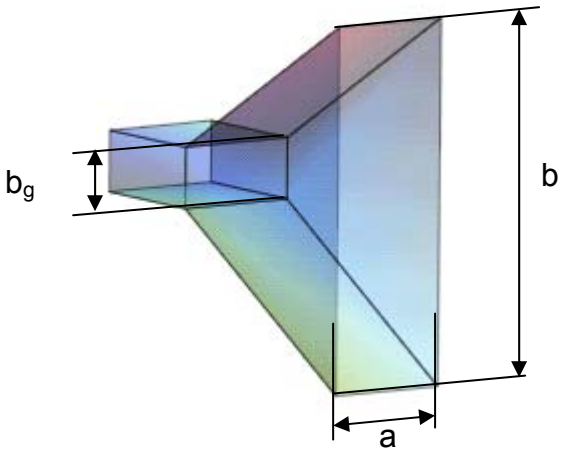
© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

Campos en la apertura

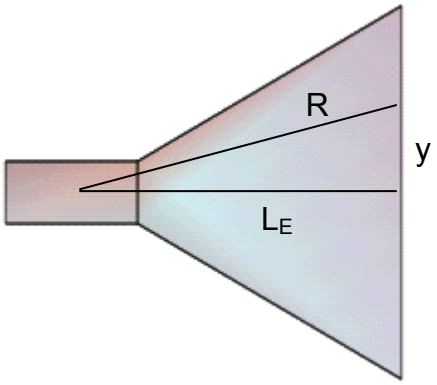
La distribución de campos boca de guía rectangular en el modo fundamental TE10 es

$$E_y = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)$$

En las bocinas de plano E se aumentan las dimensiones verticales de la apertura.



Para aumentar la directividad, se puede aumentar las dimensiones verticales de la apertura, apareciendo una diferencia de fase en la bocina de plano E.



$$\beta\left(R - L_E\right) = \beta\left(\sqrt{y^2 + L_E^{\,2}} - L_E\right) \simeq \beta\left(L_E\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{y}{R}\right)^2\right) - L_E\right)$$

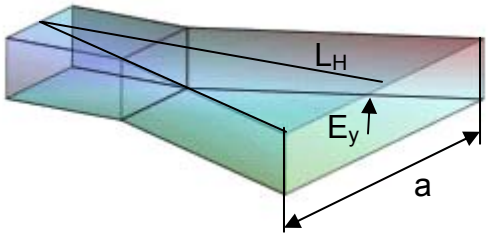
$$\beta\left(R - L_E\right) = \beta\frac{y^2}{2L_E} = \beta\frac{y^2}{2L_E}$$

© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

La diferencia de fase tiene un comportamiento proporcional al cuadrado de la distancia. La distribución de campos en las bocinas de plano E será el mismo que la boca de guía rectangular con un término de fase adicional

$$E_y = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\frac{\beta y^2}{2L_E}}$$

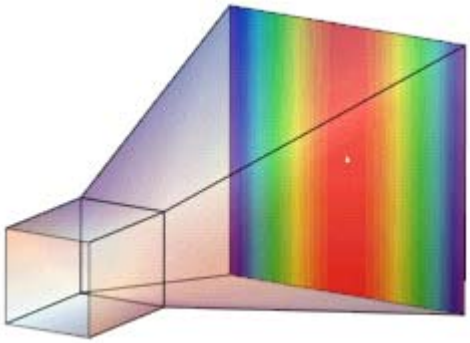
Si se aumentan las dimensiones en el plano horizontal, la bocina se denomina de plano H, en este caso el error de fase cuadrático depende de la posición x. La distribución de amplitudes es la misma del modo fundamental de la guía de ondas.



$$E_y = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\frac{\beta x^2}{2L_H}}$$

En una bocina de forma piramidal aumentan las dimensiones horizontales y verticales de la bocina, el error de fase aparece en ambos planos.

$$E_y = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\frac{\beta x^2}{2L_H}} e^{-j\frac{\beta y^2}{2L_E}}$$



© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

En la siguiente tabla se comparan las distribuciones de campos en las bocinas.

Bocina de plano E	$E_y = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\frac{\beta y^2}{2L_E}}$
Bocina de plano H	$E_y = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\frac{\beta x^2}{2L_H}}$
Bocina piramidal	$E_y = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\frac{\beta x^2}{2L_H}} e^{-j\frac{\beta y^2}{2L_E}}$

El máximo error de fase en el extremo de la bocina con respecto al centro

$$\beta\left(R_m - L_H\right) = \beta \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{2L_H} = \beta \frac{a^2}{8L_H}$$

$$\beta\left(R_m - L_E\right) = \beta \frac{\left(\frac{b}{2}\right)^2}{2L_E} = \beta \frac{b^2}{8L_E}$$

En las bocinas se puede aproximar la constante de propagación por la del espacio libre

$$k\left(R_m - L_H\right) = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{a^2}{8L_H} = 2\pi t$$

$$k\left(R_m - L_E\right) = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{b^2}{8L_E} = 2\pi s$$

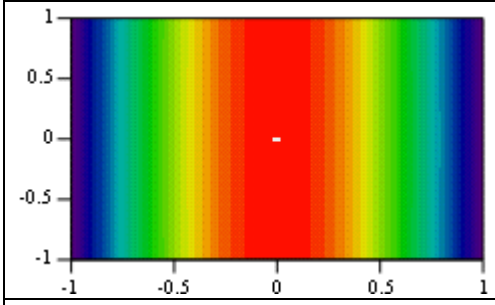
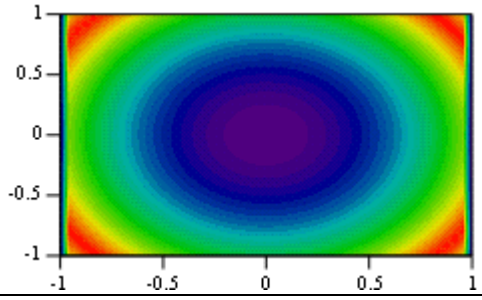
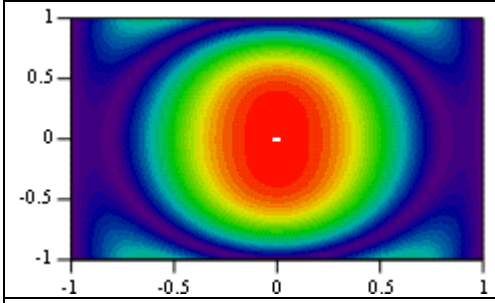
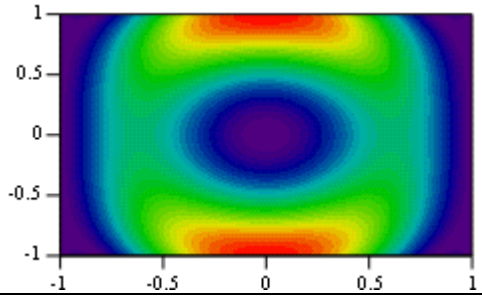
Los parámetros s,t son las diferencias en longitudes de onda entre el centro de la bocina y los extremos de los cortes x,y.

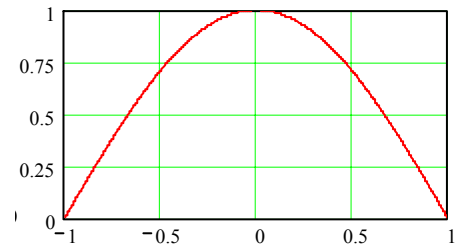
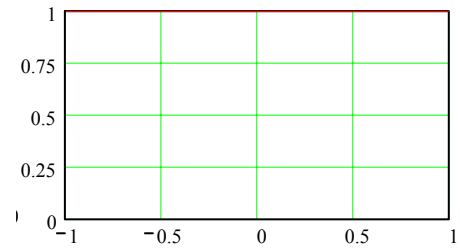
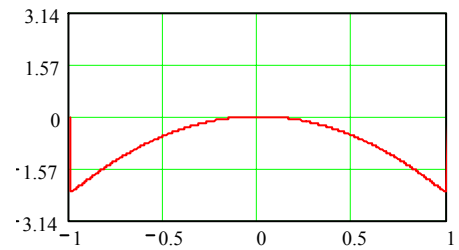
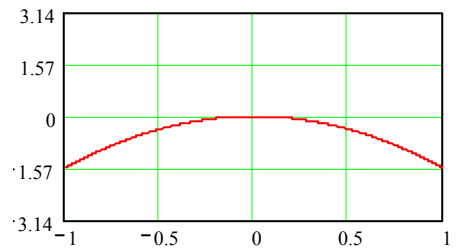
$$t = \frac{a^2}{8\lambda L_H}$$

$$s = \frac{b^2}{8\lambda L_E}$$

© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

Gráficas de los campos en la apertura

Campos E_y en una bocina piramidal. Modo TE10	
	
Módulo	Fase
	
Real(E_y)	Im(E_y)
Campos en la apertura t=3/8 s=1/4	

Distribución horizontal y vertical (módulo y fase)	
	
$\lvert E_y(x) \rvert$	$\lvert E_y(y) \rvert$
	
arg(E_y(x))	arg(E_y(y))

© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

Campos radiados por las bocinas

Los campos radiados en una apertura rectangular son proporcionales a las transformadas de Fourier de las distribución de campos en la apertura.

$$\iint_{s'} E(x',y')e^{jk_x x'}e^{jk_y y'}dx'dy' = E_0\int_{x'} f(x')e^{jk_x x'}dx'\int_{y'} g(y')e^{jk_y y'}dy'$$

Para calcular los campos se pueden calcular las siguientes integrales normalizadas (cambio de variable x′=ax/2)

$$F(k_x,t) = \int_{-1}^{1}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)e^{-j2\pi tx^2}e^{jk_x\frac{a}{2}x}dx$$

$$G(k_y,s) = \int_{-1}^{1}e^{-j2\pi sy^2}e^{jk_y\frac{b}{2}y}dy$$

Las funciones a integrar son las funciones coseno y uniforme, con errores cuadráticos de fase proporcionales a $-2\pi sx^2$. En los extremos se tendrá el error máximo de fase. El parámetro t es la diferencia en longitudes de onda de L_H y R. El parámetro s es la diferencia en longitudes de onda de L_E y R.

Si los errores de fase son pequeños los diagramas serán proporcionales a las transformadas de las funciones uniforme y coseno. Si el error cuadrático aumenta los diagramas se modifican , con un efecto de relleno de los nulos.

En las siguientes gráficas universales se representan las transformadas de Fourier de las funciones con error cuadrático para diversas diferencias de camino entre el centro y el extremo.

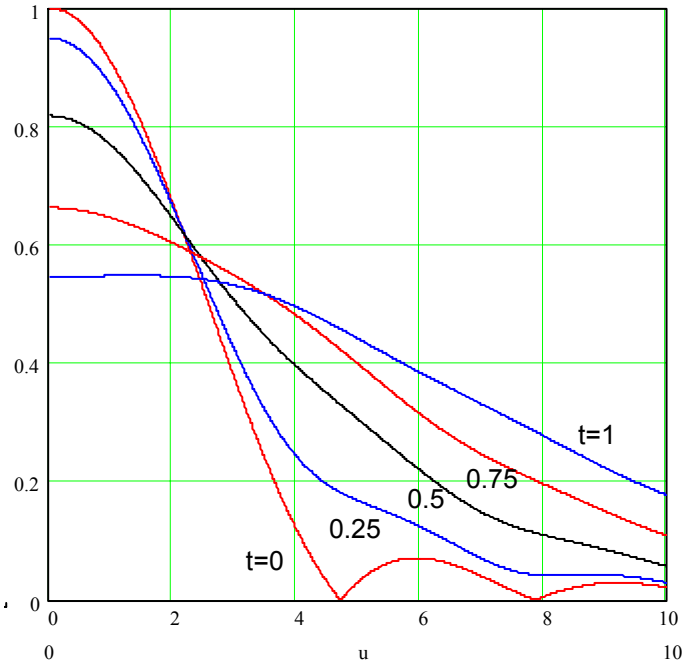
Los primeros ceros de los diagramas aparecen en u=π en la distribución uniforme y u=1.5π.

$$u = \frac{ka\sin\theta}{2}$$

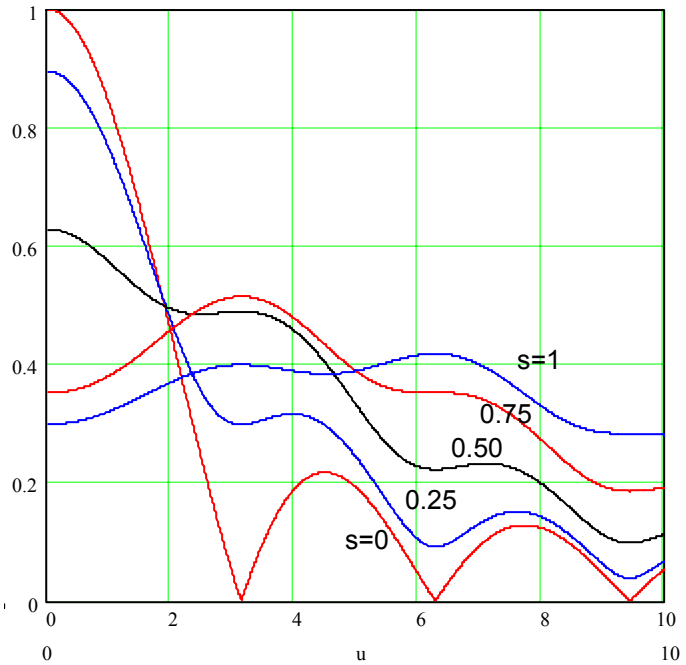
© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

Diagramas de radiación de las bocinas

Distribución coseno con errores de fase

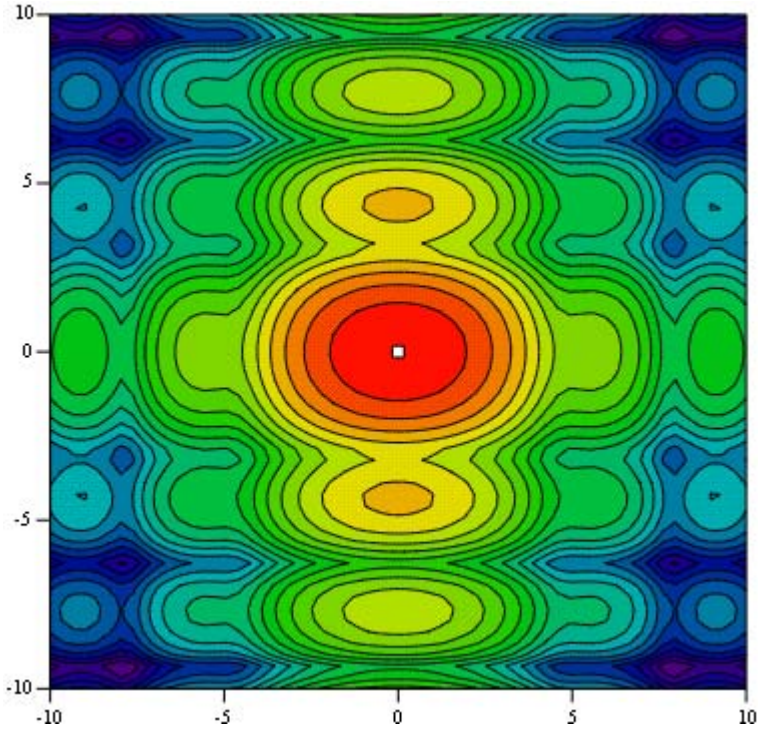


Distribución uniforme con errores de fase

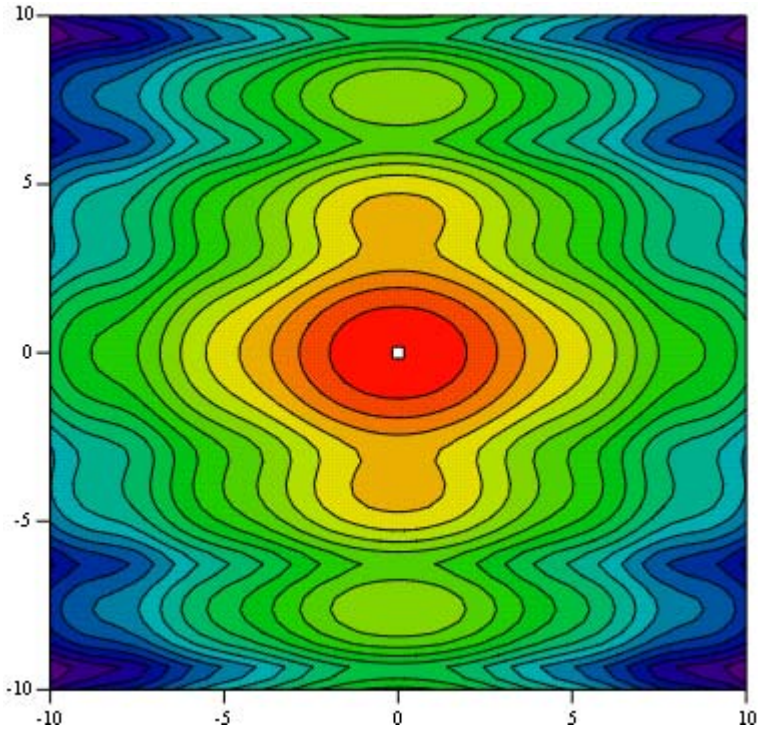


Los diagramas de radiación de las bocinas en formato de curvas de nivel son

© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia



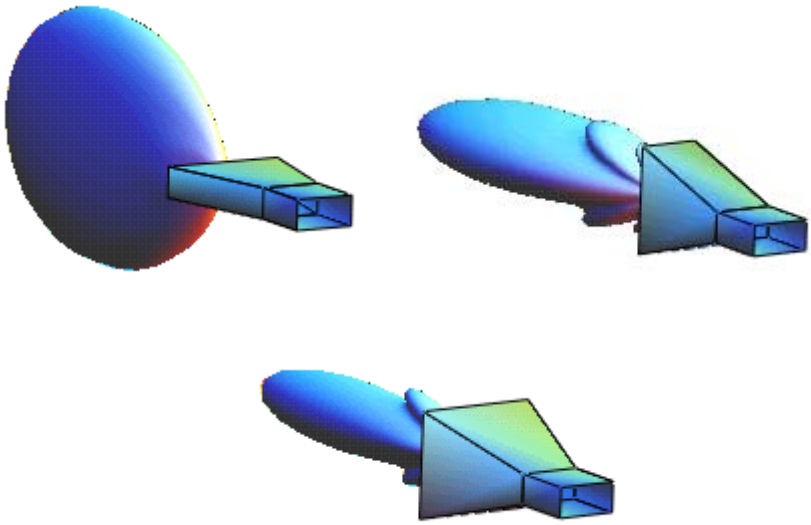
Transformada de los campos en la bocina con errores de fase s=1/8,t=1/8



Transformada de los campos en la bocina con errores de fase t=3/8,s=1/4

Las bocinas sectoriales tienen diagramas en forma de abanico,mientras que las piramidales tienen diagramas tipo pincel.

© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia



Directividad de las bocinas

En una apertura rectangular, la directividad se puede calcular como

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{ef} = \frac{4\pi}{\lambda^2} ab\eta_{il} = \frac{4\pi}{\lambda^2} ab\eta_{ilx}\eta_{ily}$$

Las eficiencias de iluminación son

$$\eta_{ilx} = \frac{\left|\int_{-1/2}^{1/2} f(x)\,dx\right|^2}{\int_{-1/2}^{1/2} |f(x)|^2\,dx} \qquad \eta_{ily} = \frac{\left|\int_{-1/2}^{1/2} g(y)\,dy\right|^2}{\int_{-1/2}^{1/2} |g(y)|^2\,dy}$$

En caso de no tener error de fase las eficiencias se calculan de forma simple

$$f_1(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \quad \eta_{ilx} = \frac{8}{\pi^2}$$

La distribución uniforme tiene eficiencia 1

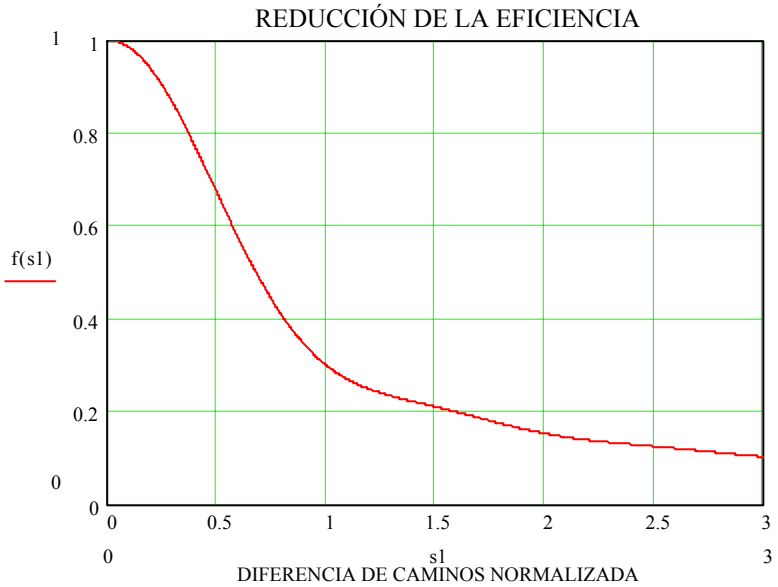
$$g_1(y) = 1 \quad \eta_{ily} = 1$$

© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

Si la distribución tiene error de fase

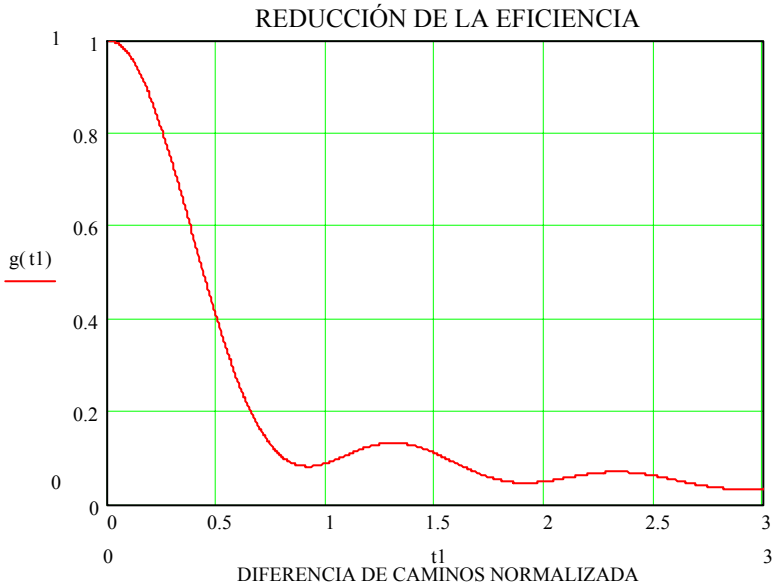
$$f_2(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)e^{-j2\pi t\,x^2}$$

La eficiencia se multiplica por un factor que tiene en cuenta el error de fase. El cálculo se puede realizar de forma simple mediante integración numérica.



Las distribuciones uniformes con error de fase son

$$g_2(y) = e^{-j2\pi s\,y^2}$$



© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

Para aperturas rectangulares de dimensiones a, b las directividades serán

$$D_E = \frac{4\pi}{\lambda^2} a_g b \frac{8}{\pi^2} \eta_{y2}(s)$$
$$D_H = \frac{4\pi}{\lambda^2} a b_g \eta_{x2}(t)$$
$$D_{pir} = \frac{4\pi}{\lambda^2} ab \eta_{x2}(t) \eta_{y2}(s)$$

Siendo a_g y b_g las dimensiones de la guía de alimentación. Se puede calcular la directividad de la bocina piramidal en función de las directividades correspondientes a las bocinas plano E y H, que presentan su mismo error de fase en la distribución del plano abocinado.

$$D_{pir} = \frac{4\pi}{\lambda^2} ab \left(\frac{\lambda^2 D_E}{4\pi a_g b} \right) \left(\frac{\lambda^2 D_H}{4\pi a b_g} \right)$$
$$D_{pir} = \left(\frac{\lambda}{a_g} D_E \right) \left(\frac{\lambda}{b_g} D_H \right) \frac{\pi}{32}$$

Bocinas óptimas

La directividad de las bocinas depende del área de la apertura y del producto de las eficiencias.

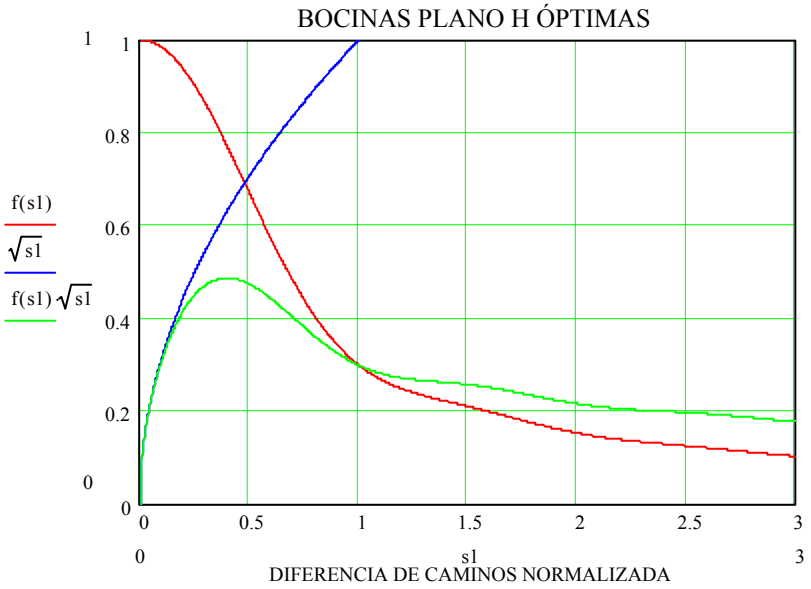
Por otra parte las dimensiones están relacionadas con los errores de fase mediante las relaciones

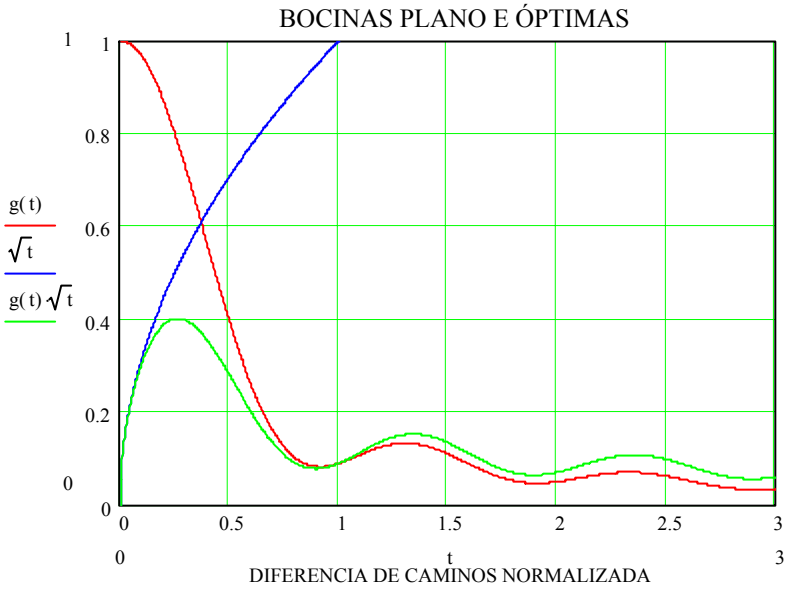
$$t = \frac{a^2}{8\lambda L_H} \qquad a = \sqrt{t 8 \lambda L_H}$$
$$s = \frac{b^2}{8\lambda L_E} \qquad b = \sqrt{s 8 \lambda L_E}$$

Si la longitud de la bocina se mantiene constante, la Directividad crecerá proporcionalmente a la raíz cuadrada del parámetro t, s.

La representación gráfica de la función eficiencia por dicha raíz cuadrada permite observar que existe un punto óptimo, que es t=3/8, s=1/4 que coincide con diferencias de fase de 135º en el plano H y 90º en el plano E, equivalentes a diferencias de camino de 3λ/8 en el plano H,y λ/4 en el E. La diferencia de óptimos es debida a la mayor atenuación del módulo del campo en la distribución coseno.

© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia





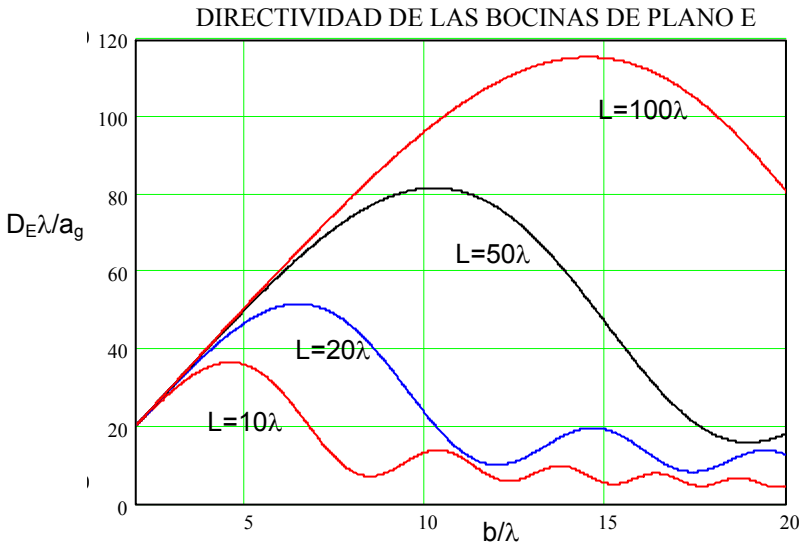
	Diferencia caminos	Diferencia fase	Dimensiones
Bocina plano E	$\frac{b^2}{8L_E}=\frac{\lambda}{4}$	$\beta\frac{b^2}{8L_E}=\frac{\pi}{2}$	$b=\sqrt{2\lambda L_E}$
Bocina plano H	$\frac{a^2}{8L_H}=\frac{3\lambda}{8}$	$\beta\frac{a^2}{8L_H}=\frac{3\pi}{4}$	$a=\sqrt{3\lambda L_H}$

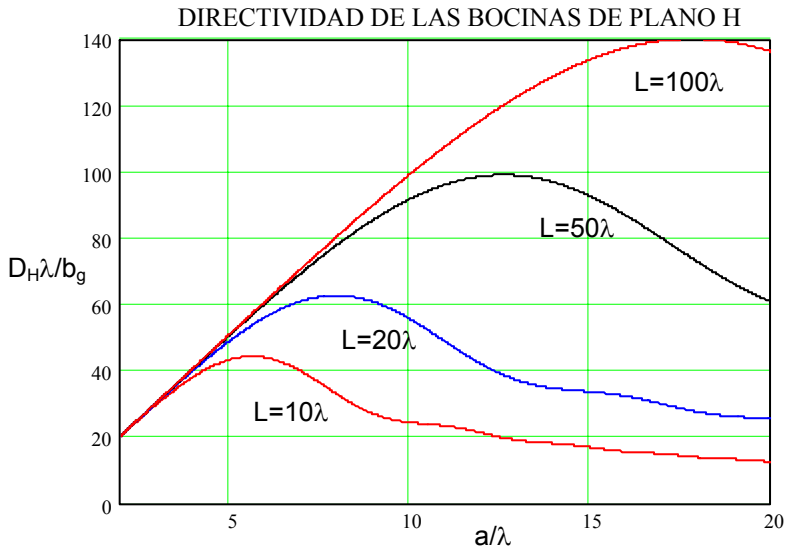
© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

La Directividad de las aperturas se puede representar en unas gráficas normalizadas, que dependen básicamente de las funciones g(s) y f(t) de reducción de la eficiencia.

$$\frac{\lambda}{a_g} D_E = \left(\frac{b}{\lambda}\right)\frac{32}{\pi} g(s) \qquad s = \frac{b^2}{8\lambda L_E}$$

$$\frac{\lambda}{b_g} D_H = \left(\frac{a}{\lambda}\right)\frac{32}{\pi} f(t) \qquad t = \frac{a^2}{8\lambda L_H}$$





© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

GUÍA DE ONDAS CIRCULAR

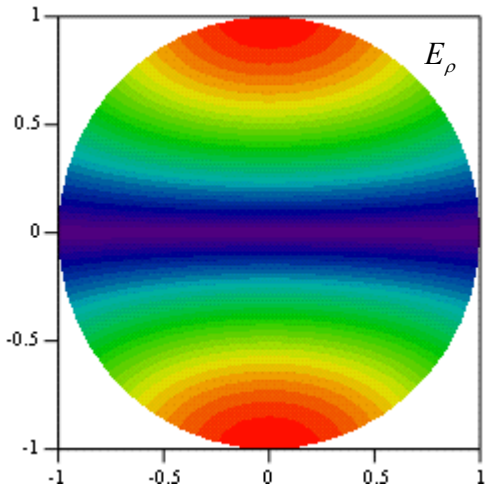
Una guía de ondas circular propaga el modo fundamental TE11. Las expresiones del campo para el modo son

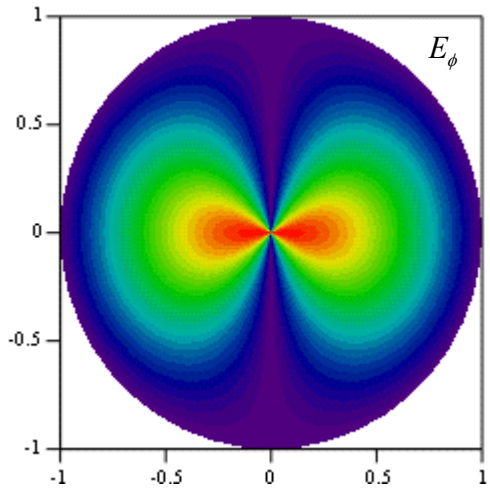
$$E_\rho = E_o \frac{1}{\rho} J_1\left(1.841\frac{\rho}{a}\right)\sin\phi$$

$$E_\phi = E_o \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(J_1\left(1.841\frac{\rho}{a}\right)\right)\cos\phi$$

$$E_z = 0$$

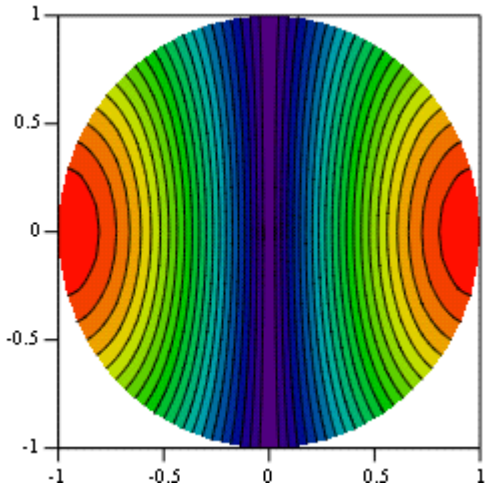
La representación gráfica de los campos es





Las líneas de campo se pueden visualizar a partir de la representación gráfica de H_z.

Se puede observar que las líneas de campo son perpendiculares al contorno, y por lo tanto el campo tangencial es cero.



© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

Para el cálculo de la radiación es más conveniente utilizar las componentes E_x, E_y del campo.

Dichas componentes en coordenadas cartesianas están relacionadas con las componentes en cilíndricas mediante

$$E_y = E_\rho \sin\phi + E_\phi \cos\phi$$
$$E_x = E_\rho \cos\phi - E_\phi \sin\phi$$

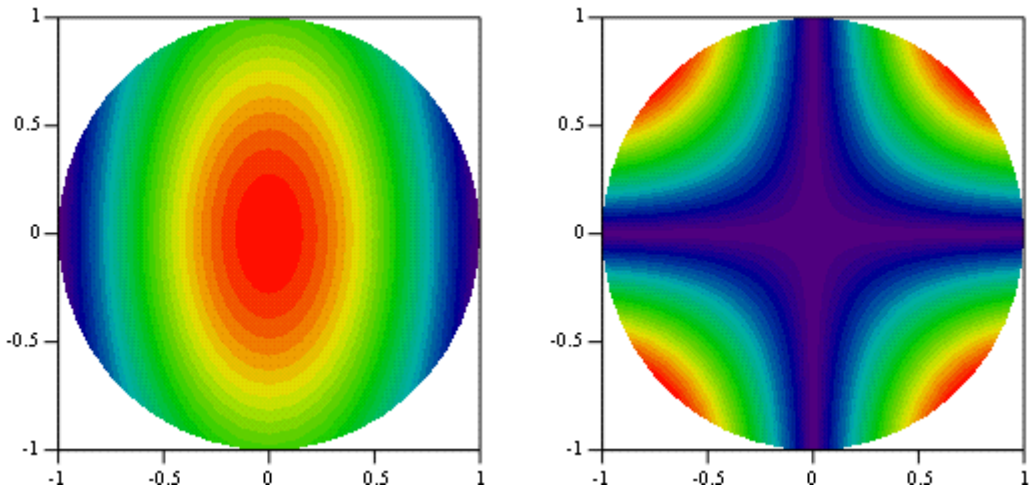
En las aperturas circulares se ha demostrado que

$$E_y = E_{y45} - E_{x45} \cos 2\phi$$
$$E_x = E_{x45} \sin 2\phi$$

El corte a 45º del campo en la apertura es

$$E_{y45}(\rho) = \frac{1.841}{2a} J_0\left(1.841\frac{\rho}{a}\right)$$
$$E_{x45}(\rho) = \frac{1.841}{2a} J_2\left(1.841\frac{\rho}{a}\right)$$

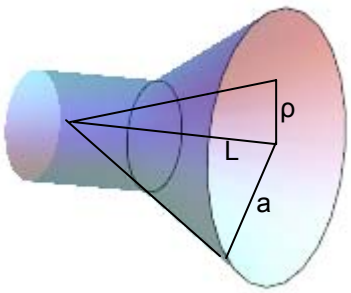
La representación gráfica de las componentes copolares y de polarización cruzada en la apertura es



El diagrama de radiación se puede calcular a partir de las transformadas de las componentes copolares y de polarización cruzada en la diagonal.

© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

BOCINAS CÓNICAS



La distribución de campos en una bocina cónica tiene la misma forma que el modo fundamental en la guía, y al igual que en las bocinas piramidales aparece un error cuadrático de fase debido a la diferencia de caminos recorridos por las ondas.

$$E_\rho = E_o e^{-j2\pi s\left(\frac{\rho}{a}\right)^2} \frac{1}{\rho} J_1\left(1.841\frac{\rho}{a}\right)\sin\phi$$

$$E_\phi = E_o e^{-j2\pi s\left(\frac{\rho}{a}\right)^2} \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(J_1\left(1.841\frac{\rho}{a}\right)\right)\cos\phi$$

$$s = \frac{d_m^2}{8\lambda L}, \qquad d_m = 2a$$

Para el cálculo del diagrama es necesario determinar el campo en la diagonal

$$E_{y45}(\rho) = \frac{1.841}{2a} J_0\left(1.841\frac{\rho}{a}\right) e^{-j2\pi s\left(\frac{\rho}{a}\right)^2}$$

$$E_{x45}(\rho) = \frac{1.841}{2a} J_2\left(1.841\frac{\rho}{a}\right) e^{-j2\pi s\left(\frac{\rho}{a}\right)^2}$$

Las funciones transformadas son

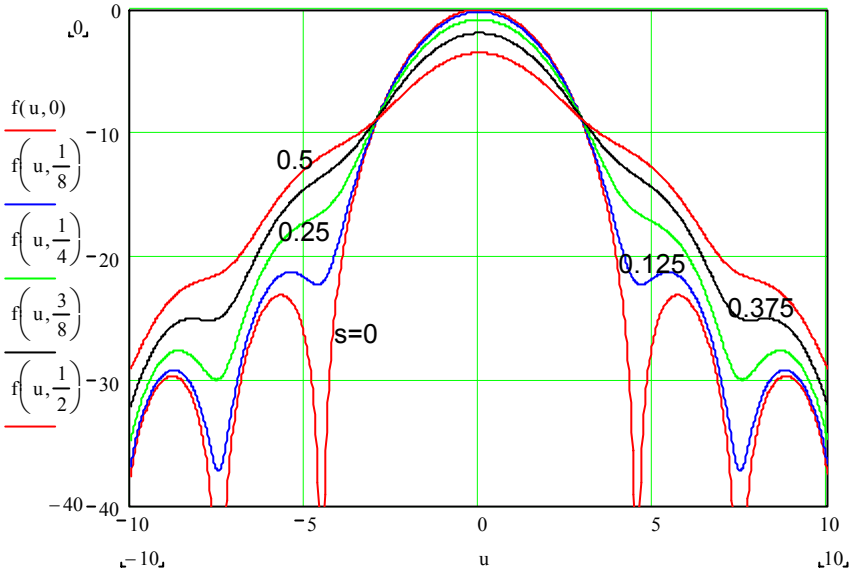
$$F_o(u) = 2\pi\int_0^a E_{y45}(\rho) J_o(k\rho\sin\theta)\rho d\rho$$

$$F_2(u) = 2\pi\int_0^a E_{x45}(\rho) J_2(k\rho\sin\theta)\rho d\rho$$

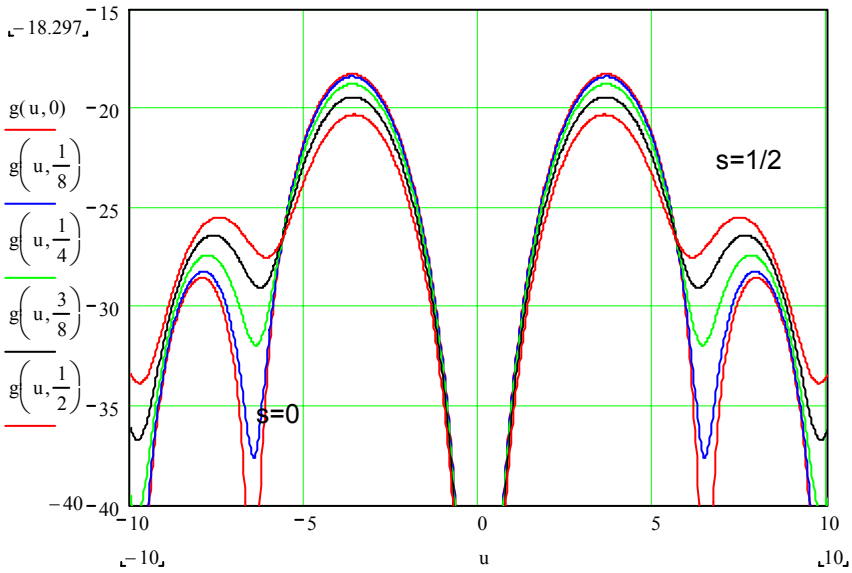
$$u = ka\sin\theta$$

© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

En las siguientes gráficas se muestran los diagramas normalizados en función del error máximo de fase para las componentes copolar y contrapolar o cruzada, en función del máximo error de fase.



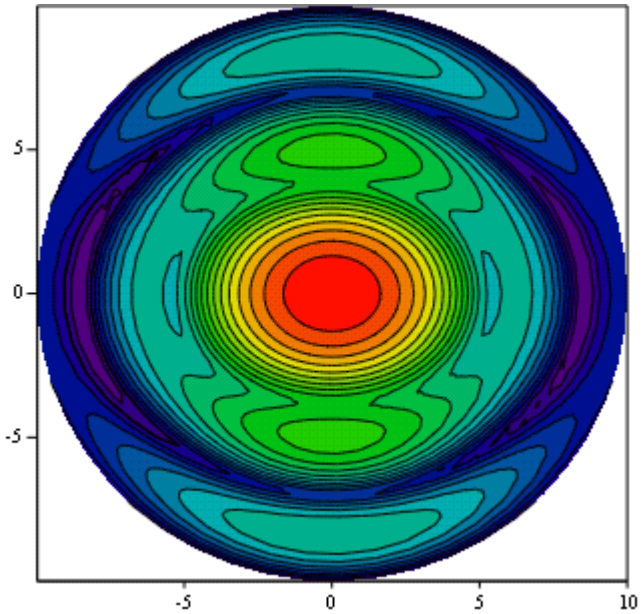
Diagramas de la polarización de referencia a 45º

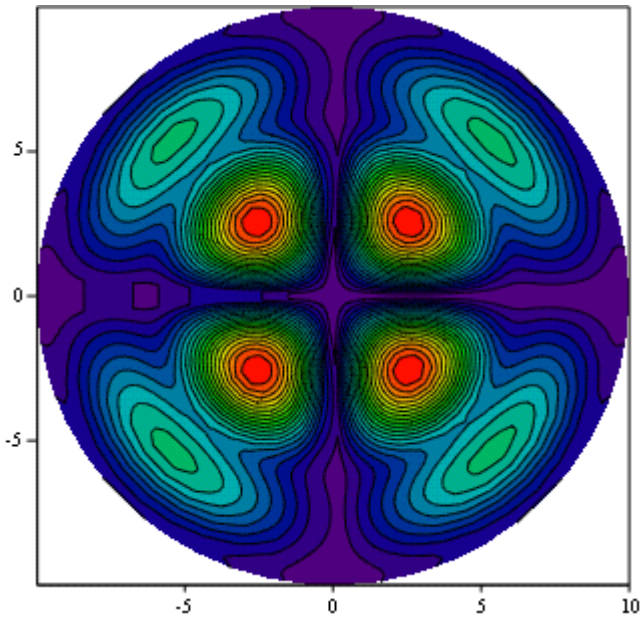


Diagramas de la polarización cruzada a 45º

© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

Los diagramas copolares y de polarización cruzada, para un error s=1/8 se muestran en las siguientes figuras, en función del parámetro u





Directividad de las bocinas cónicas

La Directividad de una apertura circular es

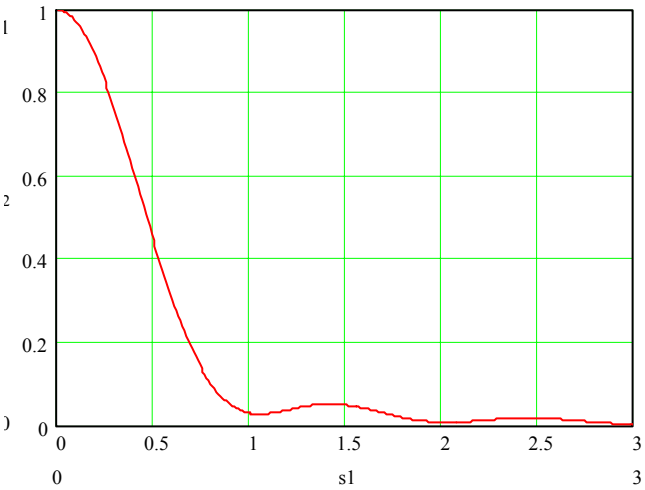
$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{ef} = \frac{4\pi}{\lambda^2}\left(\pi a^2\right)\eta_{il}$$

© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia

La eficiencia para una guía de onda circular sobredimensionada, a>λ con el modo TE11, tiene una eficiencia de 0.837.

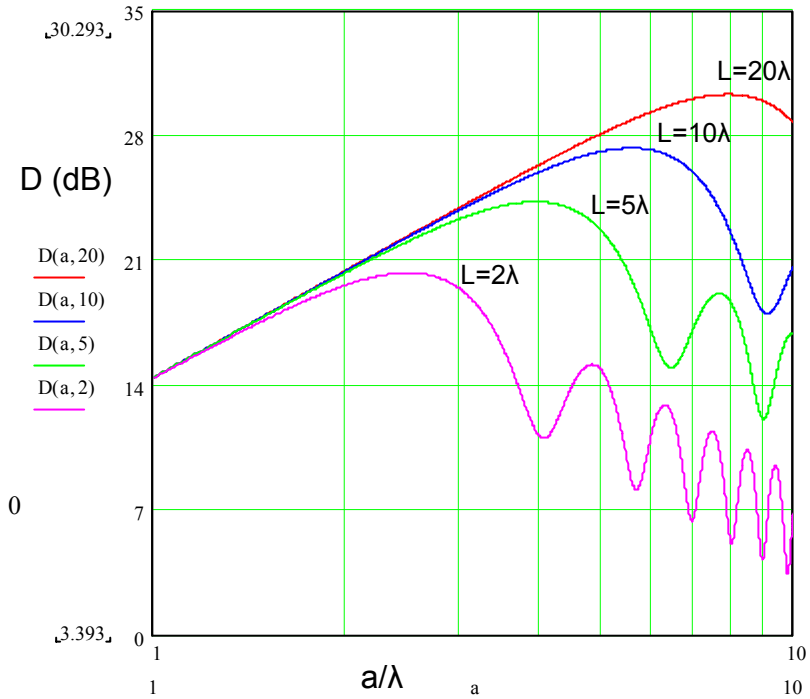
La Directividad se reduce según el error de fase en la bocina

En la gráfica se muestra dicho error de fase en función del parámetro s.



En la figura se muestran las gráficas para la directividad de una bocina cónica en función de sus dimensiones.

El óptimo se tiene cuando la diferencia de caminos entre los puntos extremos de la boca es s=3/8, igual que en la bocina de plano H



© Miguel Ferrando, Alejandro Valero. Dep. Comunicaciones. Universidad Politécnica de Valencia